TAC　建築士講座　講義進捗表

【力学基礎講義】

| 回数 | 内　容 |
| --- | --- |
| １回 | **序章　数学の基礎知識** |
| | **第１章　建築物に働く力** |
| | 第１節　力のつり合い |
| | １．力 |
| | ２．力のモーメント（M） |
| | ３．力の合成と分解 |
| | ４．力のつり合い |
| | 第２節　安定・静定 |
| | １．支点と節点 |
| | ２．安定・静定 |
| | 第３節　静定構造物の反力 |
| | １．荷重の種類と反力計算上の取り扱い |
| ２回 | ２．静定構造物の反力計算 |
| | **第２章　静定構造物の応力** |
| | 第１節　応　力 |
| | １．応力とは |
| | ２．応力の種類 |
| | 第２節　静定ばりの応力計算 |
| | １．応力計算の考え方 |
| | ２．片持ち梁の応力計算 |
| ３回 | ３．単純ばりの応力計算 |
| ４回 | 第３節　静定ラーメンの応力計算 |
| | １．静定ラーメンの応力 |
| | ２．片持梁系ラーメン |
| | ３．単純梁系ラーメン |
| | 第４節　３ヒンジラーメンの応力計算 |
| | １．３ヒンジラーメンの反力 |
| | ２．３ヒンジラーメンの応力 |
| ５回 | 第５節　静定トラス |
| | １．トラス構造 |
| | ２．トラスの応力 |
| | ３．トラス部材の節点の性質 |
| | ４．トラスの解法 |
| ６回 | **第３章　部材の性質と応力度** |
| | 第１節　部材の性質 |
| | １．部材の力学的性質 |
| | ２．断面の性質 |
| ７回 | 第２節　応力度と許容応力度 |
| | １．応力度 |
| | ２．許容応力度 |
| ８回 | 第３節　部材の変形（たわみとたわみ角） |
| | １．梁の変形 |
| | 第４節　座　屈 |
| | １．座屈軸と座屈方向 |
| | ２．弾性座屈荷重(Pk）と座屈長さ（lk） |

# はじめに

このテキストは、一級建築士及び二級建築士を受験される方を対象に、多くの方が苦手意識をもつ力学について、基礎からやさしく解説した入門書です。

反力計算、応力計算、トラス、断面の性質、変形、座屈までの、力学の最も基本的な部分を、問題演習を行いながら学習できるようにまとめています。

何事も始まりが大事です。
基礎をしっかりと身につけることによって、その後の学習の吸収力が変わります。

皆様が、このテキストを使って力学の基礎を確実にマスターし、合格への最短距離を走りきることを祈念しています。

## 力学で使われる主なアルファベット、ギリシャ文字とその代表的な意味

| 記号 | 代表的な意味 | 記号 | 代表的な意味 | ギリシャ文字 | 代表的な意味 |
|---|---|---|---|---|---|
| $A$ | 断面積 | $\boldsymbol{d}$ | 有効せい | $\delta$ (デルタ) | たわみ |
| $E$ | ヤング係数 | $\boldsymbol{e}$ | 偏心距離 | $\Delta$(デルタ大) | 変形量 |
| $F$ | 基準強度（材料強度） | $\boldsymbol{f}$ | 許容応力度 | $\varepsilon$ (エプシロン) | 縦ひずみ度 |
| $H$ | 水平反力 | $\boldsymbol{f_t}$ | 許容引張応力度 | $\eta$ (イータ) | 座屈低減係数 |
| $I$ | 断面二次モーメント | $\boldsymbol{f_c}$ | 許容圧縮応力度 | $\theta$ (シータ) | 回転角 |
| $M$ | モーメント | $\boldsymbol{f_b}$ | 許容曲げ応力度 | $\lambda$ (ラムダ) | 細長比 |
| $N$ | 軸方向力 | $\boldsymbol{f_s}$ | 許容せん断応力度 | $\sigma$ (シグマ) | 応力度 |
| $P$ | 集中荷重 | $\boldsymbol{g}$ | 重力加速度 | $\sigma_t$ | 引張応力度 |
| $P_k$, $P_e$ | 弾性座屈荷重 | $\boldsymbol{h}$ | 高さ等 | $\sigma_c$ | 圧縮応力度 |
| $Q$ | せん断力 | $\boldsymbol{i}$ | 断面二次半径 | $\sigma_b$ | 曲げ応力度 |
| $R$ | 反力 | $\boldsymbol{j}$ | 応力中心間距離 | $\tau$ (タウ) | せん断応力度 |
| $S$ | 断面一次モーメント | $\boldsymbol{k}$ | 剛比、水平剛性(ばね定数) | | |
| $V$ | 垂直反力、体積 | $\boldsymbol{l}$ | スパン等 | | |
| $W$ | 荷重,合力 | $\boldsymbol{l_k}$ | 弾性座屈長さ | | |
| $Z$ | 断面係数 | $\boldsymbol{n}$ | 安全率など | | |
| | | $\boldsymbol{t}$ | 厚さなど | | |
| | | $\boldsymbol{w}$ | 等分布荷重 | | |

# 目　次（力学）

# 序　章

# 数学の基礎知識

# 序 章　数学の基礎知識

## 1．比を求める

［Q 1］　a ＝ 2 b のとき、a：b を求めよ。（a、b、c は整数とする）

［Q 2］　3 a ＝ 4 b のとき、a ：b を求めよ。

［Q 3］　5 a ＝ 3 b ＝ 4 c のとき、a ：b ：c を求めよ。

［Q 4］　$\frac{1}{2}$ a ＝ 5 b ＝ $\frac{1}{3}$ c のとき、a ：b ：c を求めよ。

**Point**　a、b、c のいずれかに 1 を入れて、具体的な値を求める。

〔解答〕

［A 1］　a ＝ 1 とする。a ＝ 2 b の式に a ＝ 1 を入れると、1 ＝ 2 b

b を求めるためには、両辺を 2 で割って、$\frac{1}{2}$ ＝ b

したがって、b ＝ $\frac{1}{2}$

a が 1 のとき、b は $\frac{1}{2}$ になるから、a ：b ＝ 1 ：$\frac{1}{2}$ となる。

整数にすると、a ：b ＝ 2 ：1

（別解）　b ＝ 1 とすると、a ＝ 2 × 1 ＝ 2

したがって、a ：b ＝ 2 ：1

［A 2］　3 a ＝ 4 b の式に a ＝ 1 を入れると、3 × 1 ＝ 4 b

b を求めるためには両辺を 4 で割って、$\frac{3}{4}$ ＝ b

したがって、a ：b ＝ 1 ：$\frac{3}{4}$ ＝ 4 ：3

整数の比にするためには、
両方に 4 をかける。

［A 3］　5 a ＝ 3 b ＝ 4 c の式に a ＝ 1 を入れると、5 × 1 ＝ 3 b ＝ 4 c

すなわち　$\overbrace{5 = 3\,b}^{①}$ ＝ 4 c（② は 5 ＝ 4 c の部分）

①の部分の 5 ＝ 3 b から　b ＝ $\frac{5}{3}$　②の部分の 5 ＝ 4 c から　c ＝ $\frac{5}{4}$

したがって、a ： b ： c ＝ 1 ： $\frac{5}{3}$ ： $\frac{5}{4}$

分母の３と４を消すために、a、b、c それぞれに（３×４）をかける。

←３と４の最小公倍数をかけている

$1\times(3\times4):\frac{5}{\cancel{3}}\times(\cancel{3}\times4):\frac{5}{\cancel{4}}\times(3\times\cancel{4})=\underline{12:20:15}$

［A４］ $\frac{1}{2}$a ＝５b＝ $\frac{1}{3}$ c の式に a ＝ 1 を入れると、$\frac{1}{2}\times1=5\,b=\frac{1}{3}\,c$

$\frac{1}{2}=5\,b$ から　$b=\frac{1}{10}$　また、$\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\,c$ から　$c=\frac{3}{2}$

したがって、a ： b ： c ＝ 1 ： $\frac{1}{10}$ ： $\frac{3}{2}$

分母の10と２を消すために、a、b、c それぞれに10をかける。

←10と２の最小公倍数をかけている

$10:1:\frac{3}{2}\times10=\underline{10:1:15}$

## 2．一次方程式

［Q１］ $P\times3l-P\times2l-V\times6l=0$ のとき、$V$ を $P$ を用いて表せ。ただし、$V$ が未知数（求めたい数）、$P$、$l$ は既知数（わかっている数）とする。

**Point**

❶未知数（求めたい数）と既知数（わかっている数）を見極める。未知数をマーカーするのも有効。

❷すべての項に共通する文字を消す。

❸未知数を左辺に集め、既知数を右辺に集める。

〔解答〕 $P\times3l-P\times2l-\underline{\underline{V}}\times6l=0$

未知数 ← ***Point*** ❶

$\Rightarrow\underbrace{3Pl-2Pl}_{\text{まとめる}}-V\times6l=0$

$\Rightarrow Pl-V\times6l=0$

***Point*** ❷ すべての項に共通する文字 $l$ を消すために、すべてを $l$ で割る。

$\frac{P\cancel{l}}{\cancel{l}}-\frac{V\times6\cancel{l}}{\cancel{l}}=\frac{0}{l}\quad\Rightarrow\quad P-6V=0$

***Point*** ❸ 未知数を左辺に集め、既知数を右辺に集める。

$-6V=-P$

$\Rightarrow 6V=P$　← 両辺に「－１」をかけているのと同じ。

←$P$ を左辺から右辺に移行するときは、符号を逆にする

$P-6V=0$

$-6V=-P$

これは、両辺に「$-P$」を加えているのと同じ。

$(P-6V)-P=0-P$

両辺を６で割って、

$$\frac{6V}{6}=\frac{P}{6} \quad \Rightarrow \quad \underline{V=\frac{1}{6}P}$$

［Q２］ $V\times 4l-2P\times 3l=0$ のとき、$V$ を $P$ を用いて表せ。

［Q３］ $-\frac{3}{2}P\times 5l-\frac{2}{3}V\times 2l=0$ のとき、$V$ を $P$ を用いて表せ。

［Q４］ $P\times 2l-V\times\frac{l}{2}-3P\times\frac{l}{3}=0$ のとき、$V$ を $P$ を用いて表せ。

［Q５］ $\frac{3}{2}Vl+Vl-35Pl=0$ のとき、$V$ を $P$ を用いて表せ。

〔解答〕

［A２］ $V\times 4l-2P\times 3l=0$

$4V\cancel{l}-6P\cancel{l}=0$

「$-6P$」を右辺にもってくると符号が逆になる。

$4V=6P$

「$V=$○$P$」にするために両辺を４で割る。

$$\frac{4V}{4}=\frac{6P}{4}$$

$$\underline{V=\frac{3}{2}P}$$

［A３］ $-\frac{3}{2}P\times 5l-\frac{2}{3}V\times 2l=0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{3\times 5}{2}Pl-\frac{2\times 2}{3}Vl=0$

$-\frac{15}{2}P\cancel{l}-\frac{4}{3}V\cancel{l}=0$

「$-\frac{15}{2}Pl$」を右辺にもってくると符号が逆になる。

$-\frac{4}{3}V=\frac{15}{2}P$

両辺に（$-1$）をかけている。

$\frac{4}{3}V=-\frac{15}{2}P$

両辺に $\frac{3}{4}$ をかけている。$\left(\frac{\cancel{4}}{\cancel{3}}V\times\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}=-\frac{15}{2}P\times\frac{3}{4}\right)$

$V=-\frac{15}{2}P\times\frac{3}{4}$

$$\underline{V=-\frac{45}{8}P}$$

［A４］ $P\times 2l-V\times\frac{l}{2}-3P\times\frac{l}{3}=0$

$2Pl-\frac{1}{2}Vl-Pl=0$

まとめる

$P\cancel{l}-\frac{1}{2}V\cancel{l}=0$

$$-\frac{1}{2}V=-P$$

$$\frac{1}{2}V=P$$

$$\underline{V=2P}$$

［A 5］ $\frac{3}{2}Vl+Vl-35Pl=0$

$$\left(\frac{3}{2}+1\right)Vl-35Pl=0$$

$$\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{2}\right)Vl-35Pl=0$$

$$\frac{5}{2}V\cancel{l}-35P\cancel{l}=0$$

$$\frac{5}{2}V=35P$$

$$V=35P\times\frac{2}{5}=\underline{14P}$$

## 3．連立方程式

［Q 1］ $\begin{cases} 3Vl+Hl=35Pl \\ 2Vl-Hl=0 \end{cases}$

のとき、$V$と$H$を$P$を用いて表せ。

（$V$と$H$が未知数、$P$と$l$が既知数）

〔解答〕 まずは、２式それぞれ、すべての項に共通する$l$を消去する。

$$\begin{cases} 3V+H=35P & \cdots\cdots ① \\ 2V-H=0 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

$V$と$H$の連立方程式を解くためには、片方（ここでは$H$）を消去して、残った片方（ここでは$V$）だけの式にして解く。

具体的には、次の⑴と⑵の２通りがある。

**<u>解法 ⑴　②の式から$H$を求め、その値を①の$H$へ代入して$V$だけの式にして$V$を求める方法</u>**

②の式から$-H=-2V$　⇒　$H=2V$

これを①の$H$に代入して、$V$だけの式をつくる。

$3V+(2V)=35P$

$\Rightarrow 5V=35P$　$\therefore V=7P$

これを②に代入して

$2\times(7P)-H=0$

$\Rightarrow 14P-H=0$

$\Rightarrow -H=-14P \quad \Rightarrow \quad H=14P$　したがって、$\begin{cases} V=7P \\ H=14P \end{cases}$

**解法 ⑵　①式と②式の左辺どうし、右辺どうしを足すことで、*V*だけの式をつくる方法**

$$\begin{array}{lrl} & 3V+H=35P & \cdots\cdots ① \\ +) & 2V-H=0 & \cdots\cdots ② \\ \hline & 5V \quad =35P & \cdots\cdots ①+② \end{array}$$

したがって、$V=7P$

これを②に代入して、⑴と同様に　$H=14P$

なお、この方法は、

A＝B　及び

C＝D　が成り立つとき、

（A＋C）＝（B＋D）が成り立つことを利用している。

［Q 2］ $\begin{cases} 3V+2H=12P & \cdots\cdots ① \\ 4V-3H=-P & \cdots\cdots ② \end{cases}$

のとき、$V$と$H$を$P$を用いて表せ。

（$V$と$H$が未知数、$P$が既知数）

〔解答〕

**解法 ⑴　②の式から*H*を求め、その値を①の*H*へ代入して*V*だけの式にして*V*を求める方法**

$$\left.\begin{array}{l} 4V-3H=-P \ (②) \\ -3H=-4V-P \\ 3H=4V+P \\ H=\dfrac{1}{3}(4V+P) \end{array}\right\}$$ ②を$H=$○の式にする。

これを①の$H$に代入して、$V$だけの式をつくる。

$3V+2\times\underbrace{\dfrac{1}{3}(4V+P)}=12P$　すべての項に3をかける。

$9V+2(4V+P)=36P$

$9V+8V+2P=36P$

$17V=34P \quad \therefore V=2P$

これを②に代入して

$4\times(2P)-3H=-P$

$8P-3H=-P$

$-3H=-9P$

$\therefore\quad H=3P$　したがって、$\begin{cases}V=2P\\ H=3P\end{cases}$

解法 ⑵　①式と②式の左辺どうし、右辺どうしを足して、$V$だけの式をつくるためには、①全体を３倍、②全体を２倍して、ともに６$H$にすれば$H$が消える。

$$\begin{cases}3V+2H=12P\ \cdots ① \xRightarrow{\text{全体を}\times 3} & 9V+6H=36P\ \cdots ①'\\ 4V-3H=-P\ \cdots ② \xRightarrow[\text{全体を}\times 2]{} & +)\ 8V-6H=-2P\ \cdots ②'\end{cases}$$

$$17V\qquad =34P\ \cdots\cdots\ ①'+②'$$

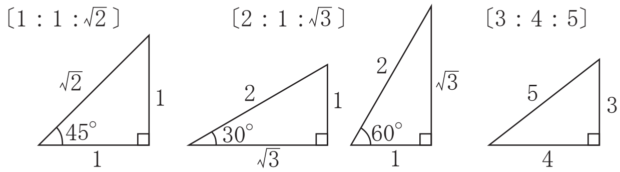
したがって、$\underline{V=2P}$

⑴と同様に、$\underline{H=3P}$

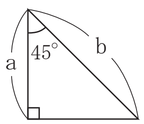
2と3の最小公倍数が6

## 4. 三角比

**〔直角三角形の辺の比〕**

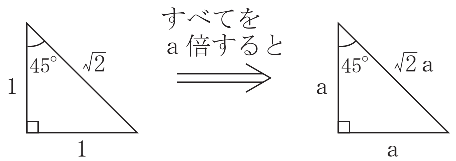



［Q 1］




b を a を用いて表せ。

〔解答〕




したがって、$\underline{b=\sqrt{2}\,a}$

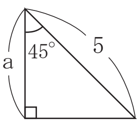
別解）「（内項の積）＝（外項の積）」を使う。

$a : b = 1 : \sqrt{2} \Longrightarrow b\times 1 = a\times\sqrt{2}$

内項の積　$b\times 1$

外項の積　$a\times\sqrt{2}$

したがって、$\underline{b=\sqrt{2}\,a}$

［Q 2］ 

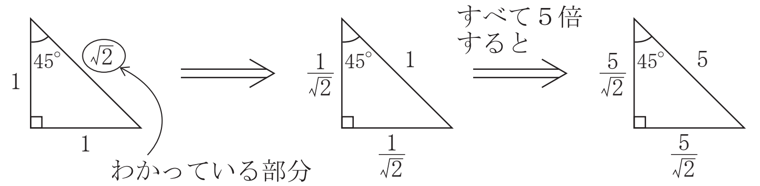

a の長さを求めよ。

〔解答〕

［方針］ 45° の直角三角形の〔1 ： 1 ： $\sqrt{2}$〕のうちの $\sqrt{2}$ を 5 に換算したとき、1 がいくつに換算されるかを求めればよい。その値が a となる。

いきなり $\sqrt{2}$ → 5 にはしづらいので、

まず $\sqrt{2}$ → 1 に換算して、それを 5 倍すれば良い。

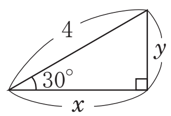

わかっている部分
すなわち 5 に該当する
部分の $\sqrt{2}$ を 1 にする。
つまり、全体を $\sqrt{2}$ で割る。

したがって、 $a = \dfrac{5}{\sqrt{2}}$

別解） $a : 5 = 1 : \sqrt{2}$

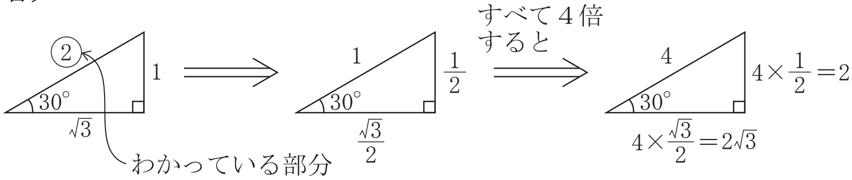
$\sqrt{2}\,a = 5$

$a = \dfrac{5}{\sqrt{2}}$

［Q 3］ 


$x$、$y$ の長さを求めよ。

〔解答〕




わかっている部分
すなわち 4 に該当する
部分の 2 を 1 にする。
つまり、それぞれの辺を 2 で割る。

したがって、

$$\begin{cases} x = 2\sqrt{3} \\ y = 2 \end{cases}$$

別解）　$x : 4 = \sqrt{3} : 2$

$$2x = 4\sqrt{3}$$

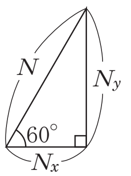
$$x = 2\sqrt{3}$$

$$y : 4 = 1 : 2$$

$$2y = 4$$

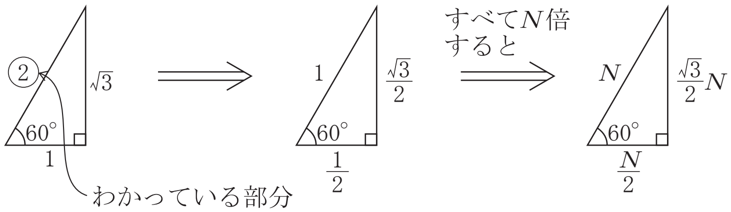
$$y = 2$$

［Q 4］




$N_x$、$N_y$を$N$を用いて表せ。

〔解答〕




わかっている部分
すなわち$N$に該当する
部分の２を１にする。
つまり、それぞれの辺を２で割る。

したがって、

$$\begin{cases} N_x = \dfrac{N}{2} \\ N_y = \dfrac{\sqrt{3}}{2}N \end{cases}$$

## 5. 分母の有理化

「分母の有理化」とは、分母に$\sqrt{\ }$を含まないようにすること。

$$\frac{4P}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}\,P}{2} = 2\sqrt{2}\,P$$

これを「分母の有理化」という。

分母の$\sqrt{2}$の$\sqrt{\ }$を取るためには、分子と分母の両方に$\sqrt{2}$をかける。

$$\frac{4P}{\sqrt{2}} = \frac{4P}{\sqrt{2}} \times \boxed{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}} = \frac{4P \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}\,P}{2} = 2\sqrt{2}\,P$$

これは１

［Q 1］　$\dfrac{2P}{3\sqrt{3}}$ の分母を有理化せよ。

［Q 2］　$\dfrac{2P}{\sqrt{2}}$ の分母を有理化せよ。

〔解答〕

［A 1］　$\dfrac{2P}{3\sqrt{3}} = \dfrac{2P}{3\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}\,P}{3\times\underbrace{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}_{=3}} = \underline{\dfrac{2\sqrt{3}\,P}{9}}$

［A 2］　$\dfrac{2P}{\sqrt{2}} = \dfrac{2P}{\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{2}\,P}{2} = \underline{\sqrt{2}\,P}$

## 6. 単位の換算

［Q 1］　$300\mathrm{cm}^4$ を $\mathrm{mm}^4$ で表せ。
［Q 2］　$300\mathrm{mm}^4$ を $\mathrm{cm}^4$ で表せ。
［Q 3］　200,000N･mmをkN･mで表せ。

〔解答〕

［A 1］　まずは1cmが何mmなのかを考える。

1cm＝10mmなので、両辺を4乗して

$(1\,\mathrm{cm})^4 = (10\mathrm{mm})^4$ ⇨ $1^4\mathrm{cm}^4 = 10^4\mathrm{mm}^4$ ⇨ $\underline{1\,\mathrm{cm}^4 = 10^4\mathrm{mm}^4}$

したがって、$300\underline{\mathrm{cm}^4} = 300 \times \underline{10^4\mathrm{mm}^4}$

$= 3 \times 10^2 \times 10^4\mathrm{mm}^4 = 3 \times 10^6\mathrm{mm}^4$

（1cm)$^4$ を求める際、
数値（1）も4乗され、
単位（cm）も4乗される。
したがって、
$(1\,\mathrm{cm})^4 = 1^4\mathrm{cm}^4$

［A 2］　まずは1mmが何cmなのかを考える。

1cm＝10mmなので、両辺を10で割って、右辺、左辺を逆転して

$1\,\mathrm{mm} = 10^{-1}\mathrm{cm}$

両辺を4乗して

$(1\,\mathrm{mm})^4 = (10^{-1}\mathrm{cm})^4$ ⇨ $1^4\mathrm{mm}^4 = (10^{-1})^4\mathrm{cm}^4$ ⇨ $\underline{1\,\mathrm{mm}^4 = 10^{-4}\mathrm{cm}^4}$

したがって、$300\underline{\mathrm{mm}^4} = 300 \times \underline{10^{-4}\mathrm{cm}^4}$

$= 3 \times 10^2 \times 10^{-4}\mathrm{cm}^4 = 3 \times 10^{-2}\mathrm{cm}^4$（$=0.03\mathrm{cm}^4$）

$10^{-1} = \dfrac{1}{10}$

$10^{-4} = \dfrac{1}{10{,}000}$

$(10^{-1})^4$
$= 10^{-1} \times 10^{-1} \times 10^{-1} \times 10^{-1}$
$= \dfrac{1}{10} \times \dfrac{1}{10} \times \dfrac{1}{10} \times \dfrac{1}{10}$
$= \dfrac{1}{10^4} = 10^{-4}$

［A 3］　まずは1Nが何kNで、1mmが何mなのかを考える。

1kN＝1,000N なので、両辺に$10^{-3}$（$=\dfrac{1}{1{,}000}$）をかけ、

右辺、左辺を逆転して　$\underline{1\,\mathrm{N} = 10^{-3}\mathrm{kN}}$

$1\,\mathrm{m}=1{,}000\,\mathrm{mm}$なので、両辺に$10^{-3}$（$=\dfrac{1}{1{,}000}$）をかけ、

右辺、左辺を逆転して　$\underline{1\,\mathrm{mm}=10^{-3}\mathrm{m}}$

したがって、$200{,}000\,\mathrm{N\cdot mm}=2\times10^{5}\underline{\mathrm{N}}\cdot\underline{\mathrm{mm}}$

$=2\times10^{5}\times\underline{10^{-3}\mathrm{kN}}\times\underline{10^{-3}\mathrm{m}}$

$=2\times10^{-1}\mathrm{kN\cdot m}$（$=0.2\,\mathrm{kN\cdot m}$）

# 基礎講義　力学

## 第1章

## 建築物に働く力

# 第1章　建築物に働く力

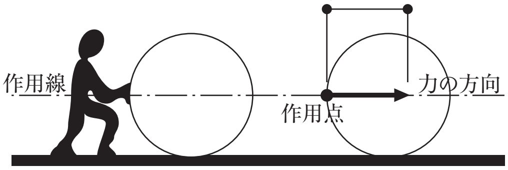
## 第1節　力のつり合い

### 1．力

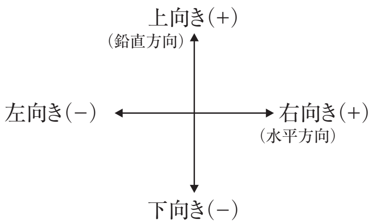
#### 1 力の3要素と力の符号

物を押したり、引いたりすると物には力が作用して移動する。その力を表すのに、力の大きさ、力の方向、力の作用点（力が作用する点）があり、これらを力の3要素という。

また、水平方向の力、鉛直方向の力、それぞれの力の向きによって、図のように力の計算において必要な符号を決めておく。




**力の3要素**




#### 2 力の単位

力の単位として、N（ニュートン）、kN（キロニュートン）が使われる。1Nとは、質量100gの物体が荷重として作用するときの力（100gf）で、つまり重力加速度（g=9.80665m/s$^2$）が生じているときの力を示す。

| 1000N=1kN |
|---|

1Nの定義は、「質量1kgの物体に1m/s$^2$の加速度を生じさせる力」である。重力加速度は約9.8m/s$^2$であるから、1kgの物体に働く重力は1kg×9.8m/s$^2$=9.8N≒10Nとなる。

### 2．力のモーメント（$M$）

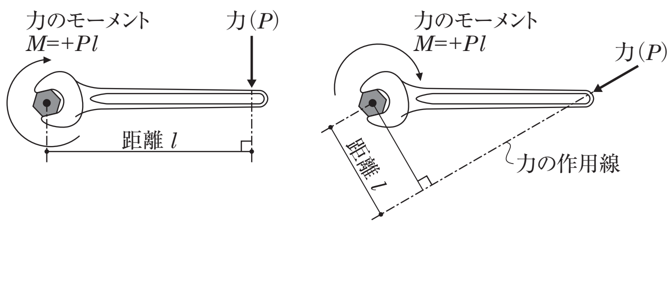
力のモーメントとは、点を中心として回転を起こす働きをする力のことである。

#### 1 モーメント

力のモーメントは、力に距離を乗じて求める。距離の取り方は図のように力の作用線に垂線を下した長さで最短距離をとる。

| 力のモーメント（$M$）＝ 力 × 距離（力の作用線に垂線を下した長さ）<br>（N・m）（N）（m） |
|---|

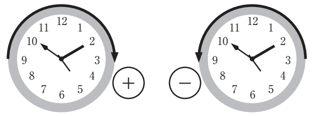
〔距離のとり方〕



## 2 モーメントの符号と単位

力のモーメントの符号は時計回りのモーメントを（+）、反時計回りのモーメントを（−）とする。

単位は、力（N）×距離（m）で、N･m、kN･m となる。



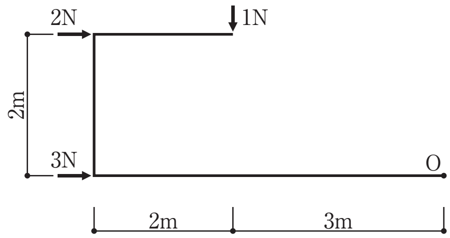

時計まわり（右回り）　　反時計まわり（左回り）

> 符号は、計算過程で必要となるので、決めておく必要がある。

| 力と力のモーメントの記号と単位 | |
|---|---|
| ・水平方向の力（*X*） | N、kN |
| ・垂直方向の力（*Y*） | N、kN |
| ・力のモーメント（*M*） | N･m、kN･m |

### 例題 1

O 点の力のモーメントの総和 *M*o を求めよ。

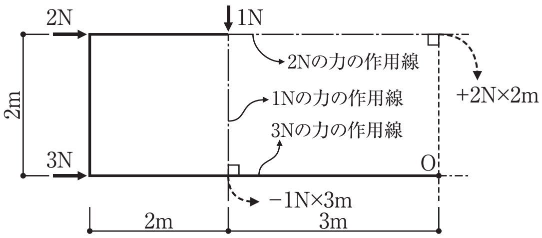



〔解答〕

*M*o=3N×0m＋2N×2m－1N×3m

=0＋4N･m－3N･m

=＋1N･m（↻）

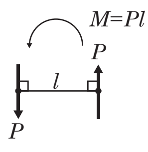



> 3 Nの力の作用線が O 点をとおるので、距離が 0 となり、3 Nの力によるモーメントは生じない。

## 3 偶力のモーメント

偶力とは、力の作用線が平行で、力の大きさが等しく、向きが反対の一対の力のことである。偶力のモーメントの大きさはどの点（任意の点）においても一定であり、力に２力間の垂直距離を乗じて求める。

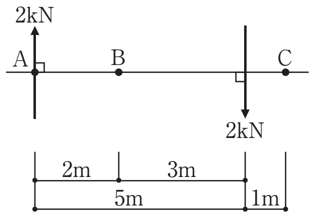
$$\underset{(\mathrm{N \cdot m})}{\underline{偶力のモーメント}} = \underset{(\mathrm{N})}{\underline{力}} \times \underset{(\mathrm{m})}{\underline{2\,力間の垂直距離}}$$




偶力のモーメント

**例題２**

図のような偶力について、A、B、C 点のそれぞれのモーメント $M_A$、$M_B$、$M_C$ を求めよ。




〔解答〕

$M_A = +2\text{kN}\times5\text{m}=10\text{kN·m}$

$M_B = +2\text{kN}\times2\text{m}+2\text{kN}\times3\text{m}=10\text{kN·m}$

$M_C = +2\text{kN}\times6\text{m}-2\text{kN}\times1\text{m}=10\text{kN·m}$

すべて「力（2kN）×２力間の距離（5m）=10kN·m」と同じ値が得られることがわかる。

## ３. 力の合成と分解

力の**合成とは**、２つ以上の力が作用するとき、これと等しい効果をもつ１つの力にまとめることで、まとめられた１つの力を**合力（*R*）**という。

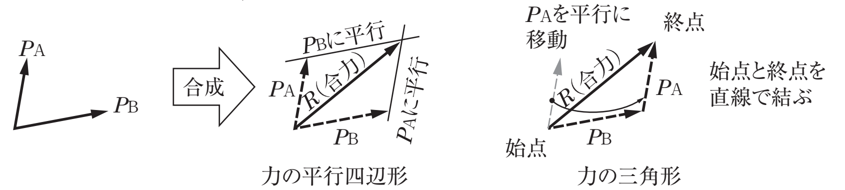
また、**分解とは**、その反対に、１つの力を、これと等しい効果をもつ２以上の力に分けることで、分けられた力を**分力**という。

### 1 １点に作用する力の合成と分解

**①　図式解法**

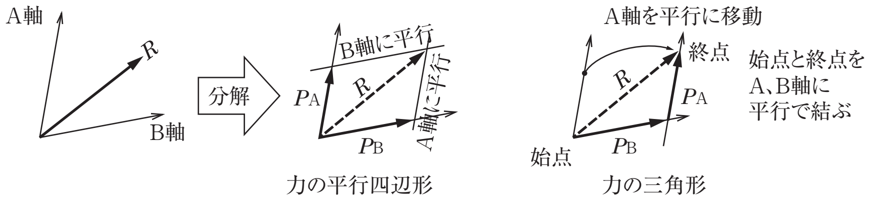
２つ以上の力の作用線が１点に作用する場合、図式解法では、力の平行四辺形と力の三角形を利用して力を合成する。

〔$P_A$、$P_B$を１つに合成する〕




力の平行四辺形　　力の三角形

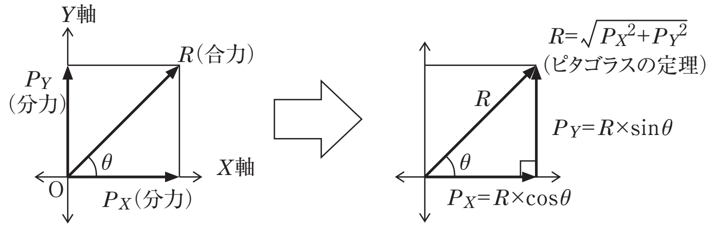
〔*R*をA軸とB軸上の２力（$P_A$、$P_B$）に分解する〕



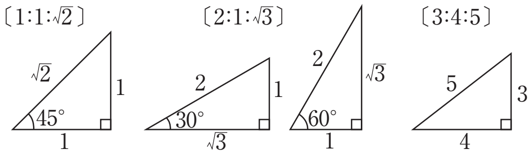

力の平行四辺形　　力の三角形

### ②　算式解法

図のような合力 $R$ を $X$ 軸、$Y$ 軸上のそれぞれの分力 $P_X$ 及び $P_Y$ に置き換えた場合、3つの力は、直角三角形を形成する。その角度 $\theta$ がわかれば、三角関数により合力 $R$ の分力 $P_X$ 及び $P_Y$ を求めることができ、また反対に分力 $P_X$ 及び $P_Y$ から、ピタゴラスの定理により、合力 $R$ を求めることができる。

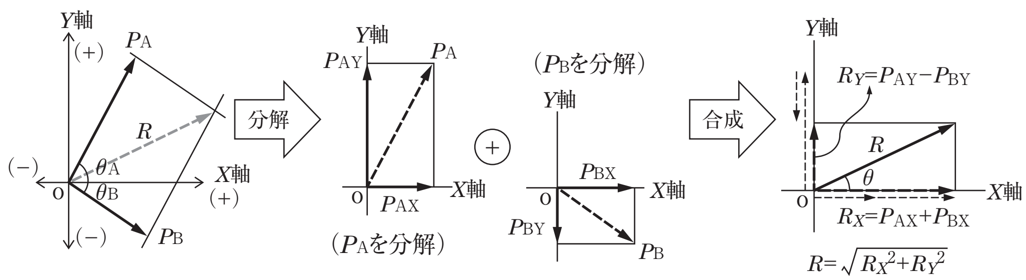



また、3力の成す直角三角形の角度 $\theta$ が、30°、45°、60°、のときなど、三角形の辺の比から、3力のうち、1つがわかれば、残りの2力を求めることができる。




これを利用して、図の1点に作用する $P_A$ 及び $P_B$ の合力 $R$ の大きさを求めることができる。$P_A$、$P_B$ をそれぞれ $X$ 方向、$Y$ 方向の分力、$P_{AX}$、$P_{AY}$ 及び $P_{BX}$、$P_{BY}$ に置き替えると、$X$ 方向の力の合計（$\Sigma X=P_{AX}+P_{BX}$）及び $Y$ 方向の力の合計（$\Sigma Y=P_{AY}-P_{BY}$）が、合力 $R$ の分力 $R_X$、$R_Y$ である。これを合成すれば、合力 $R$ を求めることができる。

〔$P_A$、$P_B$の合力$R$の大きさを算式解法で求める〕




**Check Point**（試験ではとても重要！！）

❶合力 $R$ の $X$ 方向の力⇒分力の $X$ 方向の力の総和　$R_X=\Sigma X$
❷合力 $R$ の $Y$ 方向の力⇒分力の $Y$ 方向の力の総和　$R_Y=\Sigma Y$
❸図式解法と算式解法の組合せ、かつ、三角形の辺の比から、数値を求める！

## 2 平行な力の合成と分解

平行な力の合成は、$X$ 方向、$Y$ 方向の力の総和だけでなく、モーメントに対する力の効果が等しい条件を満足しなければならない。

平行な力の合力$R$の位置を求めるときはバリニオンの定理を利用して求める。

バリニオンの定理

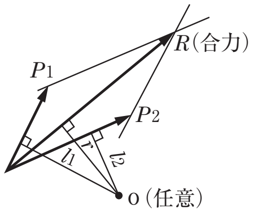
$\boxed{\text{分力のモーメントの総和}\ (\Sigma M)} = \boxed{\text{合力のモーメント}}$

多くの力の、任意の点(O)に対するモーメントの総和は、それらの合力のその点に対するモーメントに等しい。

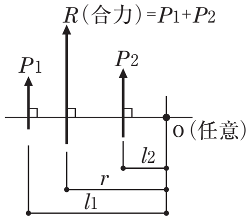
$\boxed{P_1 \cdot l_1 + P_2 \cdot l_2 = R \cdot r}$

これは、平行な力においても同じである。

〔1点に交わる力の場合〕

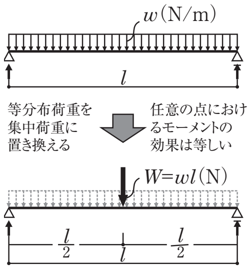



〔平行な力の場合〕



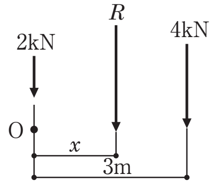

バリニオンの定理の応用例

力のつり合いを考えるとき、下図のように等分布荷重を集中荷重（合力）に置き換えても、任意の点におけるモーメントの効果は変わらない。




**例題３**

平行な二つの力2kN、4kNの合力 $R$ の大きさと、合力のO点からの距離 $x$ を求めよ。




〔解答〕合力 $R$ の大きさと向きを求める。

・すべての力を合計する（力の向きが異なる場合は差になる）。

$R$=2kN＋4kN=6kN（下向き）

・合力の位置を求める（バリニオンの定理を利用する）

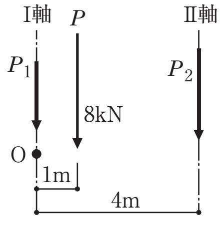
O 点における合力と分力のモーメントの効果は等しいから、

$R \times x = 2\text{kN} \times 0 + 4\text{kN} \times 3\text{m}$

$6\text{kN} \times x = 12\text{kN} \cdot \text{m}$　　$\therefore x = 2\text{m}$

**例題４**

8kN の力 $P$ をⅠ軸とⅡ軸上の力 $P_1$ と $P_2$ に分解せよ。




〔解答〕バリニオンの定理を利用する。

任意の点 O において、$P$ によるモーメントと、$P_1$ と $P_2$ によるモーメントの和は等しい。

O 点におけるモーメントは

$8\text{kN} \times 1\text{m} = P_1 \times 0 + P_2 \times 4\text{m}$

$8\text{kN} \cdot \text{m} = P_2 \times 4\text{m}$　　$\therefore P_2 = 2\text{kN}$（下向き）

また、力の大きさは、$P=\Sigma Y$ であるから、

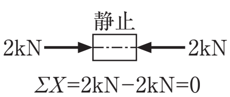
$P=P_1+P_2$

$8\text{kN}=P_1+P_2$

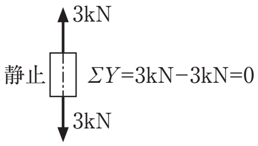
$8\text{kN}=P_1+2\text{kN}$　　　$\therefore P_1=6\text{kN}$（下向き）

## 4. 力のつり合い

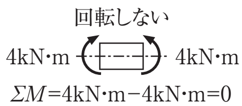
物体に作用する同一作用線上にあって、大きさが等しく、向きが反対の２力は、つり合い、物体は移動しない。また、物体に作用する力のモーメントの総和が０であれば、物体は回転しない。



X方向の力



Y方向の力



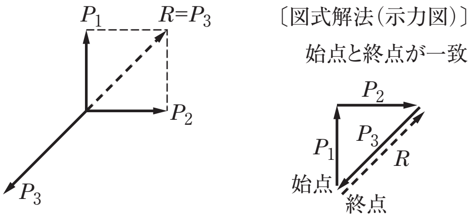
力のモーメント

したがって、次の３つの条件を満足するときにつり合っている。

> ❶$\Sigma X=0$ ——— $X$ 方向の力（水平方向の力）の総和が０になる。
> ❷$\Sigma Y=0$ ——— $Y$ 方向の力（鉛直方向の力）の総和が０になる。
> ❸任意の点で、$\Sigma M=0$ ———力のモーメント（回転力）の総和が０になる。

### ❶ 図式解法（示力図）

力がつり合っていれば、力の数に応じた多角形の**始点と終点が一致**し、合力が０となる。これを**示力図が閉じる**といい、直角三角形となる場合は、力の合成、分解で示した三角形の辺の比を用いて、一点に集まる力の大きさを求めることができる。

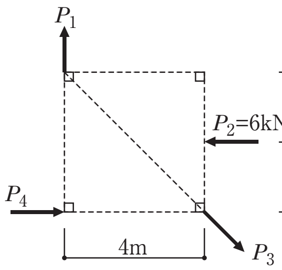



$P_3$ は、$P_1$、$P_2$ の合力 $R$ と大きさ等しく、向きが反対になっていることからも３力がつり合っていることがわかる。３力以上になっても、考え方は全く同じである。

## 2 算式解法

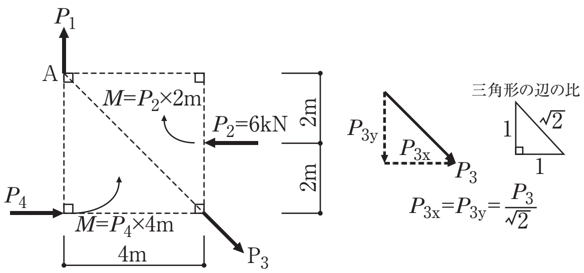
### 例題５

図のように、４つの力（$P_1$～ $P_4$）がつり合っているとき、$P_1$、$P_3$、$P_4$ の値を求めよ。




〔解答〕

任意の点で $\Sigma M=0$ であるので、図の A 点についてモーメントの和が０であることから $P_4$ を求める。これは、$P_1$、$P_3$ の作用線上にある A 点では、距離が０になる $P_1$、$P_3$ のモーメントが生じないからである。




$\Sigma M_A=0$ より、$P_4$ を求める。

$P_1\times0+P_2\times2\text{m}+P_3\times0-P_4\times4\text{m}=0$

$6\text{kN}\times2\text{m}-P_4\times4\text{m}=0$

$\therefore\quad P_4=12\text{kN·m}/4\text{m}=3\text{kN}$

次に、$P_3$ を $X$ $Y$ 方向の分力に分けて、つり合いを考える。

$\Sigma X=0$ より、$P_4-6+\dfrac{P_3}{\sqrt{2}}=0$

$\therefore\quad P_3=3\sqrt{2}$ kN

$\Sigma Y=0$ より、$P_1-P_{3y}=0$

$\therefore\quad P_1=P_{3y}=\dfrac{P_3}{\sqrt{2}}=3\text{kN}$

$\Sigma X=0$ より、

$P_4-6+\dfrac{P_3}{\sqrt{2}}=0$

$3-6+\dfrac{P_3}{\sqrt{2}}=0$

$-3+\dfrac{P_3}{\sqrt{2}}=0$

$\dfrac{P_3}{\sqrt{2}}=3$

$\therefore P_3=3\sqrt{2}$ kN

$\Sigma Y=0$ より、

$P_1-P_{3y}=0$

$P_1-\dfrac{P_3}{\sqrt{2}}=0$

$P_1-\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=0$

$P_1-3=0$

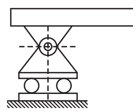
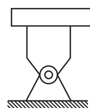
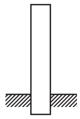
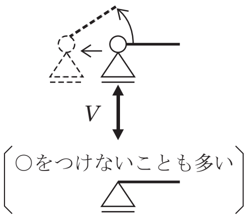
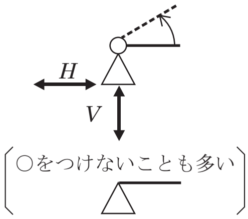
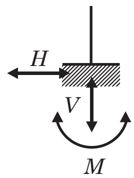
$\therefore P_1=3\text{kN}$

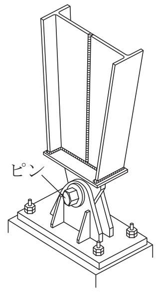
# 第２節　安定・静定

## 1．支点と節点

### 1 支点

**支点**とは構造物を支えている点で、その点で支えている力を**反力**という。支点は、次の３種類に分けることができる。**移動支点**は鉛直方向の力だけを支え、**回転支点**は鉛直方向の力と水平方向の力の２方向の力を支える。**固定端**は、鉛直方向の力、水平方向の力、モーメント（回転力）の３種類の力全てを支えることができる。

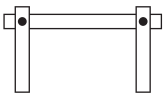
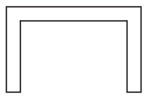
| | 移動支点<br>（ピンローラー） | 回転支点<br>（ピン又はヒンジ） | 固定端<br>（フィックス） |
|---|---|---|---|
| 支点 |  |  |  |
| 記号 |  |  |  |
| 反力の種類 | $V$：鉛直反力 | $V$：鉛直反力<br>$H$：水平反力 | $V$：鉛直反力<br>$H$：水平反力<br>$M$：モーメント（回転）反力 |
| 反力数 | 1 | 2 | 3 |




ピン支点の例

### 2 節点

**節点**とは、梁と柱など部材と部材を接合している点で、次の２つがある。**滑節点（ピン又はヒンジ）**は自由に回転する節点で、鉛直方向、水平方向の力を伝達する。**剛節点**は回転が拘束されている節点で、鉛直方向、水平方向の力、モーメントを伝達することができる。

| | 滑節点（ピン節点又はピン接合） | 剛接合（剛節点） |
|---|---|---|
| 節点 |  |  |
| 記号 |  |  |
| 力の伝達 | 鉛直方向、水平方向の２つ | 鉛直方向、水平方向、モーメントの３つ |

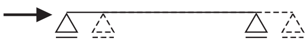
# 2. 安定・静定

構造物には骨組みの組み方や支点の関係から不安定な構造物（不安定構造物）と安定した構造物（安定構造物）に分けられる。安定構造物はさらに不安定になりやすい静定構造物と静定構造物より丈夫な不静定構造物に分けることができる。

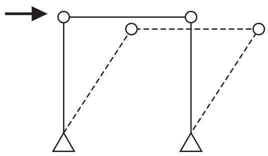
- 構造物
  - 不安定構造物（建築物としては使用できない）
  - 安定構造物
    - 静定構造物（支点や節点を１つゆるめるとすぐ不安定になる構造物）
    - 不静定構造物（静定構造物より強い構造物）

## 1 不安定構造物と安定構造物（静定構造物・不静定構造物）

① **不安定構造物** ――― ・外力により移動するもの
・外力により大きな変形を起こし骨組みが倒れるもの



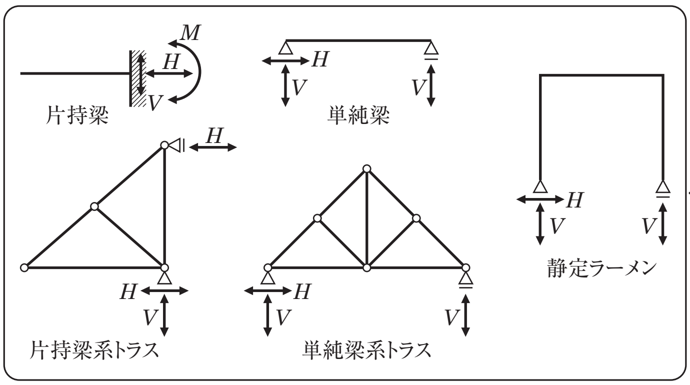
移動する(外的不安定)



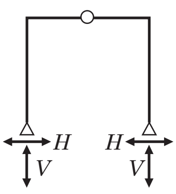
大きな変形をおこし倒れる

② **安定構造物** ――― ・不安定構造物以外はすべて安定構造物になる
・外力により移動せず、変形しても倒れないもの

(1) **静定構造物**：支点や節点を１つゆるめるとすぐ不安定になる構造物。
つり合い条件だけで解けるもの。



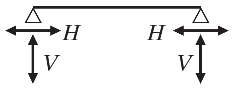

……反力数3



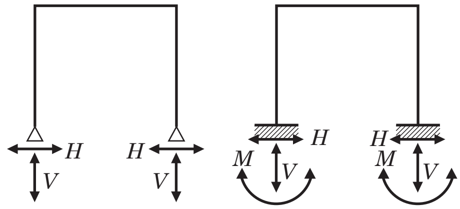

3ヒンジラーメン

……反力数4でも静定構造物となる特別な例

⑵　**不静定構造物**：静定構造物より丈夫な構造物（反力数４以上）。
つり合い条件だけでは解けないもの。




不静定梁




不静定ラーメン

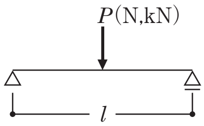
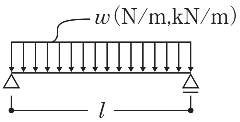
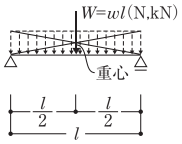
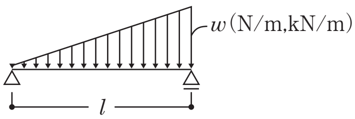
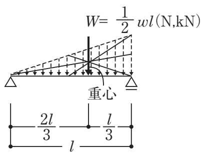
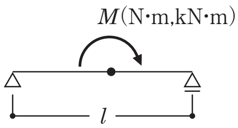
# 第３節　静定構造物の反力

荷重や外力に対して、つり合うために支点においては反力が生じる。したがって、反力も外力であるから、反力が求められて、初めて構造物に作用する力が判明し、各部材に生じる力（応力）を求めることができる。また、この反力を求めることを反力計算という。

## 1．荷重の種類と反力計算上の取り扱い

代表的な荷重の種類と荷重状態は次のようになる。

特に注意すべきは、等分布荷重、等変分布荷重については、バリニオンの定理により、分力と合力のモーメントの効果は等しいことから、それらの合力を求め、集中荷重として計算する。

| 荷重の状態 | | 表示 | 反力計算時の取り扱い |
|---|---|---|---|
| 集中荷重 | 1点に集中して作用する荷重 |  | そのまま力のつり合いを考える |
| 等分布荷重 | 同じ大きさで、一様に分布する荷重 |  | 重心に作用する集中荷重に置き換える |
| 等変分布荷重 | 一定の割合で、増加又は減少する分布荷重 |  | 重心に作用する集中荷重に置き換える |
| モーメント荷重 | 回転させようとする荷重 |  | 荷重点の位置にかかわらず、モーメントのつり合いを考える（$\Sigma M=0$） |

## 2．静定構造物の反力計算

反力計算は、外力、荷重を支える支点の反力を仮定し、力のつり合い条件式から、求める。静定構造物の反力数、つまり未知数は一般に3つであるから、力のつり合い条件式より、求めることができる。

> 反力計算———力のつり合い条件より求める
> $\Sigma X=0$
> $\Sigma Y=0$
> 任意の点において、$\Sigma M=0$