

CFA Level 3

Introduction

CFA[®] Exam Review Course

CFA[®] and Chartered Financial Analyst[®] are trademarks owned by CFA Institute. CFA Institute does not endorse, promote, review, or warrant the accuracy of the products or services offered by **TAC Co., LTD.**

Table of Contents

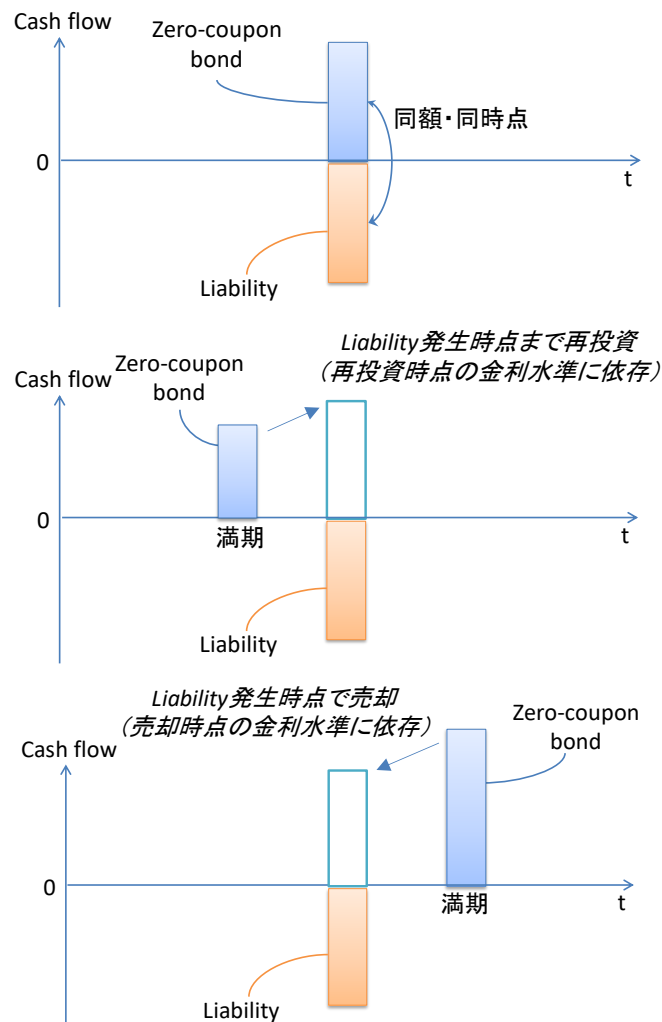
1. Fixed Income	2
2. Derivatives	18
3. Essay 対策	36

1. Fixed Income

負債に対する資産としての **Fixed income** (デフォルトリスクはゼロの前提)

Cash flow matching

例えば、負債のキャッシュ・フロー発生時点 (due date) を満期とする zero-coupon bond を購入すれば (the bond's face value = the liability amount)、金利環境に関係なく収支は一致する (下図の一番上の状態)。Bond の満期が、負債のキャッシュ・フロー発生時点とズレると金利リスクを負う (下図の二番目、三番目の状態)。



Duration matching

例えば、負債と duration が合致するような bond (資産) を購入する。

金利変化に対する債券価格の変化率

※金利変化については、別途記載がない限りパラレルシフトを前提とする。

YTM 変化時に想定される債券価格の変化率

$$\approx -\text{Modified Duration} \times \text{change in YTM} + 1/2 \times \text{Convexity} \times (\text{change in YTM})^2$$

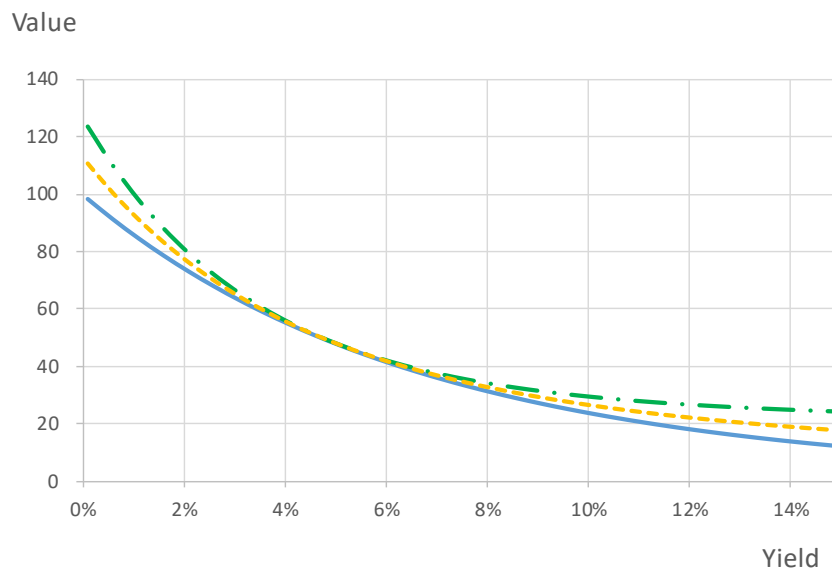
Convexity

Portfolios with higher convexity are often characterized by lower yield to maturity.

債券（option-free bond）価格と金利の関係において、パラレルシフトを前提とすると、金利上昇・低下どちらの局面においても convexity の値は大きい方が有利である。このため、convexity の値が大きい債券の価格は高く（＝lower yield）なる傾向にある。

Convexity is more valuable when yields to maturity are more volatile.

金利の変化幅が大きいほど convexity による影響は大きい。



Convexity は、Macaulay duration (weighted average of the times to receipt of cash flows) と Dispersion (weighted variance, spread out around the Macaulay duration) に分解することができる。

$$\text{Convexity} = \frac{\text{Dispersion} + (\text{Macaulay Duration})^2 + \text{Macaulay Duration}}{(1 + \text{portfolio yield})^2}$$

$$MV = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+Y)^t}, \quad w_t = \frac{\frac{CF_t}{(1+Y)^t}}{MV}$$

$$\text{Macaulay Duration (M)} = \sum_{t=1}^n t \times w_t$$

$$\text{Dispersion (D)} = \sum_{t=1}^n (t - M)^2 \times w_t$$

Dispersion は、Cash flow (CF) の発生タイミング (t) が Macaulay Duration (M) から離れているほど、また、M から離れている CF のウェイト (w_t) が高いほど大きい。(単に散らばり具合ではなく、M から離れたところにどれぐらい大きい金額があるかということ。)

- ✓ Macaulay Duration および yield が等しい債券において、zero-coupon bond の convexity が最も小さい (zero-coupon bond の dispersion はゼロであるため)。
- ✓ 残存期間が長いほど convexity は大きい。また、convexity は、残存期間による影響を受けやすい (zero-coupon bond の残存期間が 4 倍になると、Macaulay Duration が 4 倍になるのに対して、convexity は約 16 倍になる)。

< 参考 >

$$\begin{aligned}
Convexity &= \frac{d^2 MV}{dY^2} \frac{1}{MV} = \frac{\sum_{t=1}^n t(t+1) \frac{CF_t}{(1+Y)^t} \frac{1}{(1+Y)^2}}{MV} \\
&= \frac{1}{(1+Y)^2} \sum_{t=1}^n t(t+1)w_t = \frac{1}{(1+Y)^2} \sum_{t=1}^n (t^2 - M^2 + M^2 + t)w_t \\
&= \frac{1}{(1+Y)^2} \sum_{t=1}^n \{(t^2 - M^2)w_t + M^2w_t + tw_t\} = \frac{D + M^2 + M}{(1+Y)^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Dispersion (D) &= \sum_{t=1}^n (t - M)^2 \times w_t = \sum_{t=1}^n t^2 w_t - 2M \sum_{t=1}^n t w_t + M^2 \sum_{t=1}^n w_t \\
&= \sum_{t=1}^n t^2 w_t - 2MM + M^2 = \sum_{t=1}^n t^2 w_t - M^2 = \sum_{t=1}^n t^2 w_t - \sum_{t=1}^n M^2 w_t \\
&= \sum_{t=1}^n (t^2 - M^2) \times w_t
\end{aligned}$$

$$\sum_{t=1}^n w_t = 1$$

- Bullet portfolio（残存期間が特定の時期に集中したポートフォリオ）
Macaulay Duration および yield が等しい他の portfolio 比べて convexity は最も小さい。
- Barbell portfolio（残存期間が短いものと長いものを組み合わせたポートフォリオ）
Macaulay Duration および yield が等しい他の portfolio 比べて convexity は最も大きい。
- Laddered portfolio（Cash flow が各残存期間に分散されたポートフォリオ）
Macaulay Duration および yield が等しい他の portfolio 比べて convexity は比較的大きい。

