

第 1 章

株式価値評価と株式ポートフォリオ戦略

アクティブ運用の個別銘柄選択と密接なテーマである「株式価値評価」と、パッシブ運用やアクティブ運用によるポートフォリオが扱われる「株式ポートフォリオ戦略」について学習する。

「株式価値評価」は、1次試験の「株式分析」と同様の内容となっている。一方で「株式ポートフォリオ戦略」は、1次試験でも学習した「マーケット・モデル」や「マルチファクター・モデル」を使った、パフォーマンス分析結果の読み取りなどを学習する。アクティブ運用のパフォーマンスの評価にあたっては、第2章「パフォーマンス評価」と関連性が高く、検定などの統計の知識も必要となる。

基本的にはモダン・ポートフォリオ理論（MPT）に立脚しており、分散効果や市場ポートフォリオといった概念はやはり非常に重要なエッセンスである。とくに分散効果は国内株式の運用のみならず、国際証券投資やオルタナティブ投資を含めたアセット・アロケーション全体に通底した考え方であり、アナリスト試験全体の中心テーマのひとつであろう。

過去 5 回の出題論点

論 点	2021年	2022年	2023年	2024年	2025年	重要度
株式価値評価モデル			●	●	●	A
ポートフォリオのリスクとリターン	●	●				A
平均・分散アプローチ	●		●			A
マーケット・モデル	●	●	●			A
マルチファクター・モデル	●	●	●	●	●	A
スタイル・マネジメント	●	●	●	●	●	A
株式ポートフォリオの運用						
パッシブ運用		●		●	●	A
アクティブ運用		●				B
スマートベータ	●		●			B
売買執行のリスクとコスト		●	●	●	●	A

過去の出題内容

●2021年

〈午前〉

第6問 スマートベータ、最適化（最適アクティブ比率）、マーケット・モデルとカーハート4ファクター・モデル（モメンタム・ファクター）

第8問 トービンの分離定理

〈午後〉

第4問 投資信託、アクティブ戦略、分散投資の効果（市場リスクと非市場リスク）、アクティブ運用の基本法則

第5問 カーハート4ファクター・モデル

●2022年

〈午前〉

第6問 パッシブ運用、アクティブ運用、ボトムアップ・アプローチ、売買執行のコスト

第7問 分散効果

〈午後〉

第5問 ポートフォリオのリターン・リスクの計算

第6問 ESG投資

第7問 アクティブ・リターン間の相関

●2023年

〈午前〉

第5問 株式価値分析（残余利益モデル、配当割引モデル、多段階成長モデル）

〈午後〉

第3問 スタイル分析、スマートベータ、マーケット・モデルと3ファクター・モデル、VWAP ギャランティ取引

●2024年

〈午前〉

第5問 パッシブ運用、スタイル分析、パッシブ・コア、売買執行コスト

〈午後〉

第3問 株式価値評価（残余利益モデル、配当割引モデル（定率成長モデル）、インプライド期待リターン、多段階成長モデル）

●2025年

〈午前〉

第6問 株式価値評価（フリー・キャッシュフロー割引モデル（FCFE、FCFF）、配当割引モデル）

第9問 インデックスファンド（最適化法）、回帰分析、スタイル・マネジメント、ESG投資

〈午後〉

第4問 株式市場の注文種別・流動性指標、売買執行コスト

傾向と対策

2022年から2次レベルも試験制度および通信教育プログラムが改定され、従来の「株式ポートフォリオ戦略」に「株式価値評価」が加わった。本試験では通信教育プログラム改定後、一貫して個別銘柄の「株式価値評価」に関する問題が出題されていることから、今後も一定のボリュームで出題が続くとみるべきだろう。

株式での資産運用は個別銘柄の評価とポートフォリオの組成・運用というふたつの側面をもち、ポートフォリオの組成・運用はパッシブ運用とアクティブ運用に大別される。現物のアクティブ運用の場合、実際には銘柄選択がかなりの比重を占め、ファンダメンタルズや企業価値を重視した個別銘柄の評価となると、これは本来「財務分析」と「コーポレート・ファイナンス」の方法論がフィットする。株式のみならず、そもそもこの「証券分析とポートフォリオ・マネジメント」が現代ポートフォリオ理論（MPT：Modern Portfolio Theory）にかなり強く依拠してきた経緯に鑑みれば、「ポートフォリオの組成・運用（ポートフォリオ・マネジメント）」を中心とした出題が続くとみておくべきだろう。アクティブ運用に関してはファクター・モデルを前提としたデータの読み取りと解釈の問題、パッシブ運用に関してはその合理性やインデックス・ファンドの構築方法、トラッキング・エラーの原因などについての問題が中心となっている。とくにアクティブ運用では、回帰分析の結果の読み取りが必要で、t検定など検定統計の問題がつきまとう。アクティブ運用一般に関するトピックに加え、統計学の一通りの理解が必須であろう。

また、もう1つ頻出論点を挙げるのであれば、売買執行コストの分析に関する論点が挙げられる。市場の高速化・高頻度化が進展する中、機関投資家の執行戦略に関する内容は協会通信テキストでも多くの紙面を割いており、今後とも出題が続くと思われる。

ポイント整理

1 株式価値評価モデル

「株式価値評価」は企業価値および個別株式価値の評価方法に関するもので、アクティブ運用の「個別銘柄選択」と密接である。大部分が「コーポレート・ファイナンス」と重複するため、ここでは代表的なモデルについて整理しておく。

(1) 配当割引モデル (DDM : Dividend Discount Model)

ある株式1株の保有によって将来得られるキャッシュフローを配当金とする。将来の配当金を株主の要求収益率（株主資本コスト）で現在価値に割り引き、その合計を理論株価 P とする。

$$P_0 = \frac{D_1}{1+k_1} + \frac{D_2}{(1+k_2)^2} + \frac{D_3}{(1+k_3)^3} + \dots = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+k_t)^t}$$

ただし、 P_0 : 理論株価、 D_t : t 期の配当金、 k_t : t 期の株主の要求収益率（株主資本コスト）。

配当割引モデル (DDM) の「基本形」に以下のような仮定を設け、現実にご利用可能なモデルに加工する。まず、毎期の株主資本コスト（割引率） k を一定とすると、DDM はかなりシンプルになる。

$$P_0 = \frac{D_1}{1+k} + \frac{D_2}{(1+k)^2} + \frac{D_3}{(1+k)^3} + \dots = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+k)^t}$$

毎期の配当が D で一定とすると、「定額配当モデル（ゼロ成長モデル）」が導かれる。

$$P_0 = \frac{D}{1+k} + \frac{D}{(1+k)^2} + \frac{D}{(1+k)^3} + \dots = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D}{(1+k)^t} = \frac{D}{k}$$

配当金が毎期一定率 g で成長すると「定率成長モデル」が導かれる。

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{D_1}{1+k} + \frac{D_2}{(1+k)^2} + \frac{D_3}{(1+k)^3} + \dots \\ &= \frac{D_1}{1+k} + \frac{D_1(1+g)}{(1+k)^2} + \frac{D_1(1+g)^2}{(1+k)^3} + \dots = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_1(1+g)^{t-1}}{(1+k)^t} = \frac{D_1}{k-g} \end{aligned}$$

ただし、 D_1 ：1期後（期末）配当金。

株主の要求収益率（株主資本コスト） k は、証券アナリスト試験ではCAPMなどで推定する場合が多い。

$$\begin{aligned} k &= E[R_i] \\ &= \beta_i(E[R_M] - R_f) + R_f \end{aligned}$$

ただし、 $E[R_i]$ ：株式 i の期待収益率、 β_i ：株式 i の対市場ベータ、 $E[R_M]$ ：市場ポートフォリオの期待収益率、 R_f ：リスクフリー・レート。

また、配当金の成長率 g は、証券アナリスト試験ではサステイナブル成長率（P/L、B/Sの全項目が同じ比率で成長し、すべての財務比率が一定に保たれる成長率）が用いられる場合が多い。

$$g = ROE \times \text{内部留保率} = ROE \times (1 - \text{配当性向})$$

Point：配当割引モデル（DDM：Dividend Discount Model）

- ① 定額配当モデル（ゼロ成長モデル）

$$P_0 = \frac{D}{k}$$

- ② 定率成長モデル

$$P_0 = \frac{D_1}{k - g}$$

- ③ 株主の要求収益率（株主資本コスト）…CAPM

$$k = \beta_i(E[R_M] - R_f) + R_f$$

- ④ 配当成長率…サステイナブル成長率

$$g = ROE \times \text{内部留保率} = ROE \times (1 - \text{配当性向})$$

(2) エクイティDCF（Discounted Cash Flow）法

株主に帰属するフリー・キャッシュフローをFCFE（Free Cash Flow to Equity）とし、この割引現在価値合計により株式価値（ V ：Value）を評価するモデルである。協会通信テキストでは、この方法を「割引キャッシュフロー（DCF：Discounted Cash Flow）法」の1つとしている。

割引率には株主資本コスト k を用いる。

$$V_0 = \frac{FCFE_1}{1+k_1} + \frac{FCFE_2}{(1+k_2)^2} + \frac{FCFE_3}{(1+k_3)^3} + \dots = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{FCFE_t}{(1+k_t)^t}$$

ただし、 V_0 ：株式価値、 $FCFE_t$ ： t 期のフリー・キャッシュフロー、
 k_t ： t 期の株主資本コスト。

株主に帰属するフリー・キャッシュフロー（FCFE）は、以下のように計算される。

$$FCFE = \text{親会社株主に帰属する当期純利益} + \text{減価償却費} \\ - \text{設備投資額} - \text{正味運転資本増加額} + \text{負債増加額}$$

エクイティDCF法を用いても、配当割引モデル（DDM）を用いても「株式価値」、
「株価」について同じ結果が得られる。以下のような場合、将来の配当の予想よりも
キャッシュフローの予想の方が容易なため、実際にはエクイティDCF法のような
フリー・キャッシュフロー割引モデルが用いられるケースが多いとされる（協会
通信テキスト・証券分析とポートフォリオ・マネジメント・第1回「株式価値評価
と株式ポートフォリオ戦略」p.17）。

- ・無配企業の場合、将来の配当の予想が難しい。
- ・実際の配当が配当支払い能力と大きく異なる場合、収益予想から配当の予想を導けない。
- ・キャッシュフローが企業収益と連動している場合、収益予想がキャッシュフローの予想に直結する。

なお、フリー・キャッシュフロー割引モデルの計算問題は、おそらく毎期の資本
コスト（割引率）が一定、フリー・キャッシュフローが每期一定率で成長する「定
率成長モデル」として出題されるだろう。考え方は配当割引モデルの定率成長モデ
ルと同じである。

エクイティDCF法

$$V_0 = \frac{FCFE_1}{1+k} + \frac{FCFE_2}{(1+k)^2} + \frac{FCFE_3}{(1+k)^3} + \dots \\ = \frac{FCFE_1}{1+k} + \frac{FCFE_1(1+g)}{(1+k)^2} + \frac{FCFE_1(1+g)^2}{(1+k)^3} + \dots \\ = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{FCFE_1(1+g)^{t-1}}{(1+k)^t} = \frac{FCFE_1}{k-g}$$

ただし、 V_0 ：株式価値、 $FCFE_1$ ：1期後（期末）フリー・キャッシュフロー、 k ：株主の要求収益率、 g ：サステイナブル成長率。

Point：エクイティDCF法

株主に帰属するフリー・キャッシュフロー（FCFE）

$$FCFE = \text{親会社株主に帰属する当期純利益} + \text{減価償却費} \\ - \text{設備投資額} - \text{正味運転資本増加額} + \text{負債増加額}$$

エクイティDCF法（定率成長モデル）

$$V_0 = \frac{FCFE_1}{k-g}$$

ただし、 $FCFE_1$ ：1期後（期末）フリー・キャッシュフロー、 k ：株主の要求収益率、 g ：サステイナブル成長率。

(3) 残余利益モデル

クリーンサープラス関係を前提として配当割引モデルを展開すると、残余利益モデルが導かれる。残余利益モデルによれば、理論株価は期首1株当たり株主資本（BPS）に将来の残余利益の割引現在価値を加えたものとして評価される。

残余利益とは、株主の必要収益を超過した利益（超過利益）である。

$$\begin{aligned} \text{残余利益} &= \underbrace{\text{期首自己資本} \times ROE}_{\text{純利益}} - \underbrace{\text{期首自己資本} \times k}_{\text{必要収益}} \\ &= \text{期首自己資本} \times (ROE - k) \end{aligned}$$

ただし、 ROE ：自己資本利益率、 k ：株主の要求収益率。

したがって、1株当たりの残余利益は以下ようになる。

$$\begin{aligned} 1 \text{株当たりの残余利益} &= BPS_0 \times ROE - BPS_0 \times k \\ &= BPS_0 \times (ROE - k) \end{aligned}$$

ただし、 BPS_0 ：期首1株当たり株主資本。

理論株価 P は以下のように計算される。

$$\begin{aligned}
 P_0 &= BPS_0 + \frac{(ROE_1 - k_1)BPS_0}{1 + k_1} + \frac{(ROE_2 - k_2)BPS_1}{(1 + k_2)^2} + \frac{(ROE_3 - k_3)BPS_2}{(1 + k_3)^3} + \dots \\
 &= BPS_0 + \underbrace{\sum_{t=1}^{\infty} \frac{(ROE_t - k_t)BPS_{t-1}}{(1 + k_t)^t}}_{\text{残余利益の現在価値合計}}
 \end{aligned}$$

ただし、 ROE_t : t 期の自己資本利益率、 k_t : t 期の株主の要求収益率（株主資本コスト）、 BPS_{t-1} : t 期首の1株当たり株主資本。

残余利益モデルの計算問題は、おそらく毎期の株主資本コスト（要求収益率）および ROE が一定、残余利益が每期一定率で成長する「定率成長モデル」として出題されるだろう。考え方は配当割引モデルの定率成長モデルと同じである。

$$\begin{aligned}
 P_0 &= BPS_0 + \frac{(ROE - k)BPS_0}{1 + k} + \frac{(ROE - k)BPS_1}{(1 + k)^2} + \frac{(ROE - k)BPS_2}{(1 + k)^3} + \dots \\
 &= BPS_0 + \frac{(ROE - k)BPS_0(1 + g)}{(1 + k)^2} + \frac{(ROE - k)BPS_0(1 + g)^2}{(1 + k)^3} + \dots \\
 &= BPS_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(ROE - k)BPS_0(1 + g)^{t-1}}{(1 + k)^t} \\
 &= BPS_0 + \frac{(ROE - k)BPS_0}{k - g}
 \end{aligned}$$

Point : 残余利益モデル

残余利益

$$\text{残余利益} = \text{期首自己資本} \times (ROE - k)$$

1株当たり残余利益

$$\begin{aligned}
 \text{1株当たり残余利益} &= BPS_0 \times ROE - BPS_0 \times k \\
 &= BPS_0 \times (ROE - k)
 \end{aligned}$$

残余利益モデル（定率成長モデル）

$$P_0 = BPS_0 + \frac{(ROE - k)BPS_0}{k - g}$$

Point Check <<2023.AM.5>>

A社は負債を保有せず当期首BPSは1,600円である。A社はROEが10%、配当性向が30%でいずれも一定とする。

- (1) A社のサステイナブル成長率を計算しなさい。
- (2) 株主の要求収益率を9%とし、残余利益モデルを用いてA社の理論株価を計算しなさい。

Answer

(1) $g = ROE \times (1 - d) = 0.1 \times (1 - 0.3) = 7\%$ ただし、 d : 配当性向。

(2) $P_0 = 1,600 + \frac{(0.1 - 0.09) \times 1,600}{0.09 - 0.07} = 2,400$ 円

2 企業価値評価モデル

(1) エンタープライズDCF (Discounted Cash Flow) 法

企業全体の資本提供者（株主と債権者）に帰属するフリー・キャッシュフローをFCFF (Free Cash Flow to Firm) とし、この割引現在価値の合計により企業価値を評価する方法である。エクイティDCF法と同様に「割引キャッシュフロー (DCF: Discounted Cash Flow) 法」の1つに位置づけられる。

割引キャッシュフローの「キャッシュフロー」は、企業全体の資本提供者に帰属するフリー・キャッシュフローなので、企業価値 (EV: Enterprise Value) を評価するモデルである。割引率には企業全体の資本提供者、すなわち株主と債権者の「加重平均資本コスト (WACC: Weighted Average Cost of Capital)」を用いる。

$$EV_0 = \frac{FCFF_1}{1+WACC_1} + \frac{FCFF_2}{(1+WACC_2)^2} + \frac{FCFF_3}{(1+WACC_3)^3} + \dots$$

$$= \sum_{t=1}^{\infty} \frac{FCFF_t}{(1+WACC_t)^t}$$

ただし、 EV_0 : 企業価値、 $FCFF_t$: t 期のフリー・キャッシュフロー、 $WACC_t$: t 期の加重平均資本コスト。

企業全体の資本提供者に帰属するフリー・キャッシュフロー (FCFF) は、以下のように計算される。

$$FCFF = \text{税引後営業利益} + \text{減価償却費} - \text{設備投資額} - \text{正味運転資本増加額}$$

ここで税引後営業利益 (NOPAT: Net Operating Profit After Taxes) は以下の通り。

$$NOPAT = \text{営業利益} \times (1 - \text{法人税率})$$

割引率の加重平均資本コストは、以下のように計算される。

$$WACC = \frac{D}{D+E} \times k_D \times (1-T) + \frac{E}{D+E} \times k_E$$

ただし、 D : 負債価値、 E : 株式価値、 k_D : 負債コスト、 T : 実効税率、 k_E : 株主資本コスト。

負債コスト k_D は、以下の有利子負債利率を用いる場合が多い。

$$k_D = \frac{\text{支払利息}}{\text{有利子負債残高 (期首・期末平均)}}$$

証券アナリスト試験の計算問題では、株主資本コスト k_E は配当割引モデル同様、CAPMに基づく期待収益率を用いる場合が多いだろう。

$$k_E = \beta_i(E[R_M] - R_f) + R_f$$

このようにして求められた企業価値から負債価値を引いて、株式価値を計算する。

$$\text{株式価値} = \text{企業価値 (EV)} - \text{負債価値}$$

なお、エクイティDCF法同様に、毎期の資本コスト（割引率）が一定、フリー・キャッシュフローが每期一定率で成長する「定率成長モデル」として出題されるだろう。

エンタープライズDCF法

$$\begin{aligned} EV_0 &= \frac{FCFF_1}{1+WACC} + \frac{FCFF_2}{(1+WACC)^2} + \frac{FCFF_3}{(1+WACC)^3} + \dots \\ &= \frac{FCFF_1}{1+WACC} + \frac{FCFF_1(1+g)}{(1+WACC)^2} + \frac{FCFF_1(1+g)^2}{(1+WACC)^3} + \dots \\ &= \sum_{t=1}^{\infty} \frac{FCFF_1(1+g)^{t-1}}{(1+WACC)^t} = \frac{FCFF_1}{WACC-g} \end{aligned}$$

ただし、 EV_0 ：企業価値、 $FCFF_1$ ：1期後（期末）フリー・キャッシュフロー、 $WACC$ ：加重平均資本コスト、 g ：サステイナブル成長率。

Point : エンタープライズDCF法

企業全体の資本提供者に帰属するフリー・キャッシュフロー (FCFF)

$FCFF = \text{税引後営業利益} + \text{減価償却費} - \text{設備投資額} - \text{正味運転資本増加額}$

※税引後営業利益 (NOPAT : Net Operating Profit After Taxes)

$NOPAT = \text{営業利益} \times (1 - \text{法人税率})$

エンタープライズDCF法 (定率成長モデル)

$$EV_0 = \frac{FCFF_1}{WACC - g}$$

ただし、 $FCFF_1$: 1期後 (期末) フリー・キャッシュフロー、

$WACC$: 加重平均資本コスト、 g : サステイナブル成長率。

加重平均資本コスト

$$WACC = \frac{D}{D+E} \times k_D \times (1 - T) + \frac{E}{D+E} \times k_E$$

3 シングル・ファクター・モデル

株式投資分析のみならず、ポートフォリオ・マネジメント全般に必要な基本ツールとして、平均・分散アプローチ、CAPM（資本資産評価モデル）、マーケット・モデルのシングル・ファクター・モデルを確認しておきたい。

(1) ポートフォリオのリスクとリターン

証券1、証券2の2銘柄からなるポートフォリオPの収益率を考える。証券1、証券2の収益率を、それぞれ、 R_1 、 R_2 とし、それぞれの証券への投資比率を w_1 、 w_2 とし、ポートフォリオPの収益率 R_p とすれば、

$$R_p = w_1R_1 + w_2R_2$$

$$\text{ただし、} w_1 + w_2 = 1$$

であるから、ポートフォリオPの期待収益率 $E[R_p]$ と収益率の分散 σ_p^2 は次のように表される。

Point：ポートフォリオの収益率－期待収益率と分散－

① 期待収益率

$$E[R_p] = w_1E[R_1] + w_2E[R_2]$$

ポートフォリオの期待収益率

＝（各証券への投資比率×各証券の期待収益率）の合計

② 分散

$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2Cov(R_1, R_2)$$

または、

$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$$

ただし、 $E[R_i]$ ：証券 i の期待収益率、

σ_i^2 ：証券 i の収益率の分散（ $i = 1, 2$ ）

$Cov(R_1, R_2)$ ：証券1と証券2の収益率間の共分散

ρ_{12} ：証券1と証券2の収益率間の相関係数

Point Check <<1996.1.8>>

市場ポートフォリオが株式50%と債券50%とから成っており、それぞれの資産の収益率に関して次の表のように想定しているとき、市場ポートフォリオについて(1)期待投資収益率、(2)標準偏差を計算せよ（解答は%単位とし、必要があれば小数第3位を四捨五入せよ）。

図表

	期待投資収益率	収益率の標準偏差
株 式	0.085	0.063
債 券	0.046	0.056
株式と債券の相関係数：0.13		

Answer

(1) 6.55%

[計算過程]

$$0.5 \times 0.085 + 0.5 \times 0.046 = 0.0655 = 6.55 (\%)$$

(2) 4.48%

[計算過程]

$$\begin{aligned} & \sqrt{0.5^2 \times 0.063^2 + 0.5^2 \times 0.056^2 + 2 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.13 \times 0.063 \times 0.056} \\ & = 0.04478 \dots \approx 4.48 (\%) \end{aligned}$$

なお、一般に n 銘柄からなるポートフォリオの収益率については、証券 i ($i = 1, 2, \dots, n$) の収益率を R_i とし、それぞれの証券への投資比率を w_i とすれば、ポートフォリオPの収益率 R_p は、

$$R_p = w_1 R_1 + w_2 R_2 + \dots + w_n R_n = \sum_{i=1}^n w_i R_i$$

$$\text{ただし、} w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1 \left(\sum_{i=1}^n w_i = 1 \right)$$

であり、ポートフォリオPの期待収益率と収益率の分散は次のように表される。

1° ポートフォリオの収益率の分散（ n 銘柄のケース）を行列により表すと、以下のとおりとなる。

各リスク資産への投資比率ベクトルを $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$

リスク資産の分散共分散行列を $\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \cdots & \rho_{1n}\sigma_1\sigma_n \\ \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 & \cdots & \rho_{2n}\sigma_2\sigma_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{1n}\sigma_1\sigma_n & \rho_{2n}\sigma_1\sigma_n & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$

とすれば、ポートフォリオの分散 σ_p^2 は

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= x^T \Sigma x \\ &= (x_1, x_2, \dots, x_n) \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \cdots & \rho_{1n}\sigma_1\sigma_n \\ \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 & \cdots & \rho_{2n}\sigma_2\sigma_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{1n}\sigma_1\sigma_n & \rho_{2n}\sigma_2\sigma_n & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \\ &= x_1^2\sigma_1^2 + x_2^2\sigma_2^2 + \cdots + x_n^2\sigma_n^2 \\ &\quad + 2 \begin{bmatrix} x_1x_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 + \cdots + x_1x_n\rho_{1n}\sigma_1\sigma_n \\ + x_2x_3\rho_{23}\sigma_2\sigma_3 + \cdots + x_2x_n\rho_{2n}\sigma_2\sigma_n \\ + \cdots \\ + x_{n-1}x_n\rho_{n-1,n}\sigma_{n-1}\sigma_n \end{bmatrix} \end{aligned}$$

と表すことができる。

Point Check <<2004.1.5>>

4つのファンドから構成されるポートフォリオについて、これら4つのファンドの期待収益率とポートフォリオが次の表のように与えられたとき、このポートフォリオの期待収益率を計算せよ。

ファンド	期待収益率（年率％）	構成比
A	4	43％
B	3	6％
C	8	37％
D	7	14％

Answer

5.84％

[計算過程]

$$0.43 \times 4 \% + 0.06 \times 3 \% + 0.37 \times 8 \% + 0.14 \times 7 \% = 5.84 \%$$

(2) 平均・分散アプローチ

Markowitzは、投資家のポートフォリオ選択の問題を、「選択しうるポートフォリオの中で効用を最大化するポートフォリオを選択する」問題として捉え、リターンとリスクを収益率の期待値と分散（ないしは標準偏差）で捉えることにした。

Point：ポートフォリオのリターンとリスク

- ① リターン…ポートフォリオの期待収益率
- ② リスク……ポートフォリオの収益率の分散 or 標準偏差

1° このMarkowitzの考え方は、平均・分散アプローチや2パラメータ・アプローチと呼ばれるが、収益率の平均値から上下への散らばり（＝分散 or 標準偏差）をリスクと捉えた点

に特徴がある。アナリスト試験においては、原則としてこうしたリスク概念が前提とされるが、その他のリスク概念として、「ダウンサイド・リスク」への言及が求められる場合もある。

Point Check <<1999.1.2>>

ポートフォリオのパフォーマンス比較を行うにあたり、ポートフォリオのリスクを収益率の分散（または標準偏差）で測ることに對して、「投資家の中には、最低限の収益率を確保することを最重要視し、その収益率を下回ることを極端に嫌がる投資家もいる」との批判を受けた。このような投資家を対象としたポートフォリオのパフォーマンス比較を行う場合、リスクをどのように評価する考え方があるか。

Answer

投資リスクのうちダウンサイド・リスクを考慮する考え方がある。収益率の標準偏差や分散は、平均からの上方への乖離と下方への乖離を対称的に扱うが、ダウンサイド・リスクでは、ある最低限の収益率を下回る収益率のみを対象に、リスクを算出する。

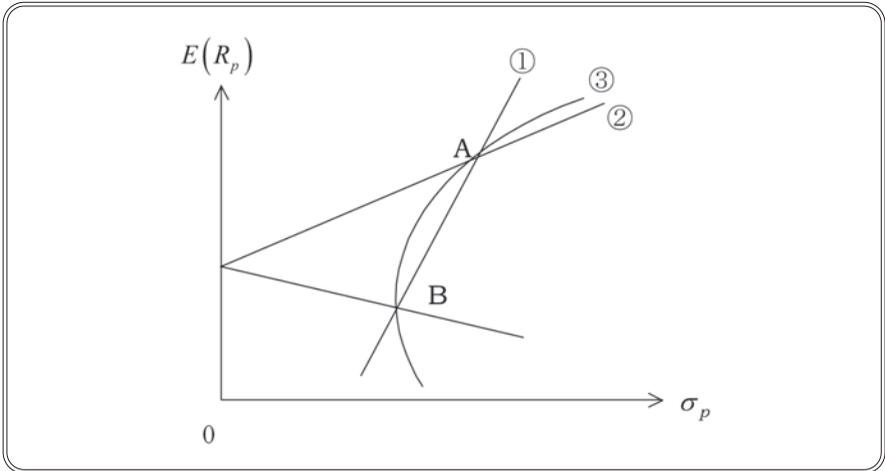
Markowitzの平均・分散アプローチによった場合、「選択可能なポートフォリオのリターン・リスクの組合せ」は投資機会集合と呼ばれる。

2 資産 A、B の収益率間の相関係数 ρ_{AB} の値次第で、投資機会集合は、

- ① 正の完全相関 ($\rho_{AB} = 1$) …直線
- ② 負の完全相関 ($\rho_{AB} = -1$) …折れ線
- ③ それ以外 ($-1 < \rho_{AB} < 1$) …双曲線

となり、2 証券 A、B に投資した場合の投資機会集合は次のように表せる。

Point : 投資機会集合—相関係数との関係



1° それぞれの証券に正の比率で投資した場合を考える。

①正の完全相関 ($\rho_{AB} = 1$) であるときは、

$$\begin{aligned}\sigma_P^2 &= w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_Aw_B\sigma_A\sigma_B \\ &= (w_A\sigma_A + w_B\sigma_B)^2\end{aligned}$$

すなわち、

$$\sigma_P = w_A\sigma_A + w_B\sigma_B$$

となり、市場ポートフォリオのリスク（標準偏差）は、各資産の投資比率をウェイトとする加重平均として計算される。

②負の完全相関 ($\rho_{AB} = -1$) あるいは③それら以外の場合は、相関係数が+1.0より小さい ($\rho_{AB} < 1$) から、

$$\begin{aligned}\sigma_P^2 &= w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_Aw_B\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B < w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_Aw_B\sigma_A\sigma_B \\ \sigma_P &< w_A\sigma_A + w_B\sigma_B\end{aligned}$$

となる。

このように、正の完全相関以外の場合に、各証券に正の比率で投資すれば、各証券の投資比率をウェイトとする加重平均値未満にすることができる。このことをポートフォリオ効果（分散効果）という。

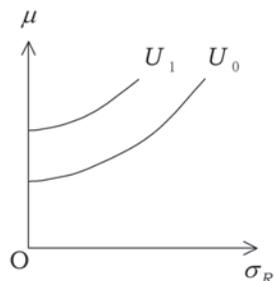
Point Check <<1996.1.4>>

ポートフォリオを構築することによって、個別資産のみの投資からでは得られないいくつかの効果（ポートフォリオ効果）を期待できる。ポートフォリオのリスクという観点からどのような効果が期待できるかを簡潔に説明しなさい。

Answer

相関係数が+1.0であるときは、市場ポートフォリオのリスク（標準偏差）は、各資産の投資比率をウェイトとする加重平均として計算される。また、相関係数が-1.0であるときは、市場ポートフォリオのリスク（標準偏差）をゼロにすることができる。

投資家の選好は無差別曲線で表される。平均・分散アプローチの下では、投資家の無差別曲線は、効用の等しいリターンとリスクの組合せを表す。通常、投資家はリスク回避的であると仮定されるため、右図のような右上がりの無差別曲線が描かれ、左上に位置する無差別曲線ほど効用水準は高い。



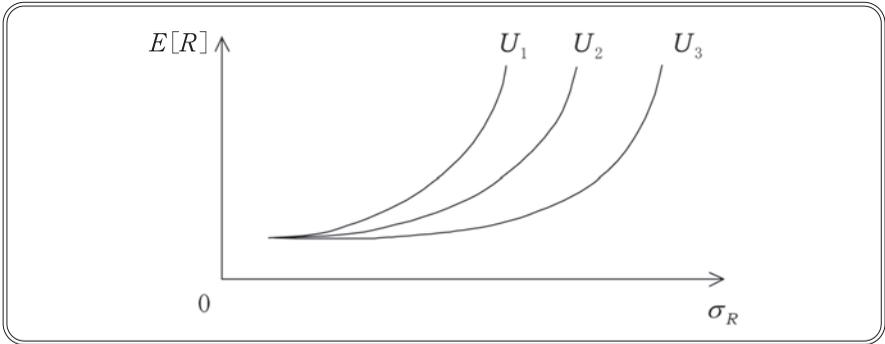
さらに、投資家の効用関数を特定する場合によく用いられるものとして、次のようなものがある。

$$U = \mu - \frac{\sigma^2}{2\tau} \quad \text{あるいは} \quad U = \mu - \frac{1}{2}\lambda\sigma^2$$

ただし、 U ：投資家 i の期待効用、 τ ：投資家 i のリスク許容度、 λ ：投資家 i のリスク回避度。

投資家の無差別曲線の形状は、リスク許容度（回避度）次第で異なるものになる。

Point：無差別曲線—リスク許容度（回避度）との関係



1° リスク許容度の大きい（リスク回避度の小さい）投資家の無差別曲線のほうが、リスクの増加に対して効用を維持するために補償されなければならないリターンが大きさが小さい分だけ、より傾きが緩やかになる。この点は、上の効用関数で、効用を $U_i = \bar{U}_i$ に固定すれば、無差別曲線が得られ、

$$\mu = \frac{\sigma^2}{2\tau} + \bar{U}_i \quad \text{あるいは} \quad \mu = \frac{1}{2}\lambda\sigma^2 + \bar{U}_i$$

と変形できるから、分散を固定すれば、リスク許容度の大きい（リスク回避度の小さい）投資家ほど、無差別曲線の傾きが緩やかになる。

2° 投資家の無差別曲線の形状を決めるのはリスク許容度（回避度）である。

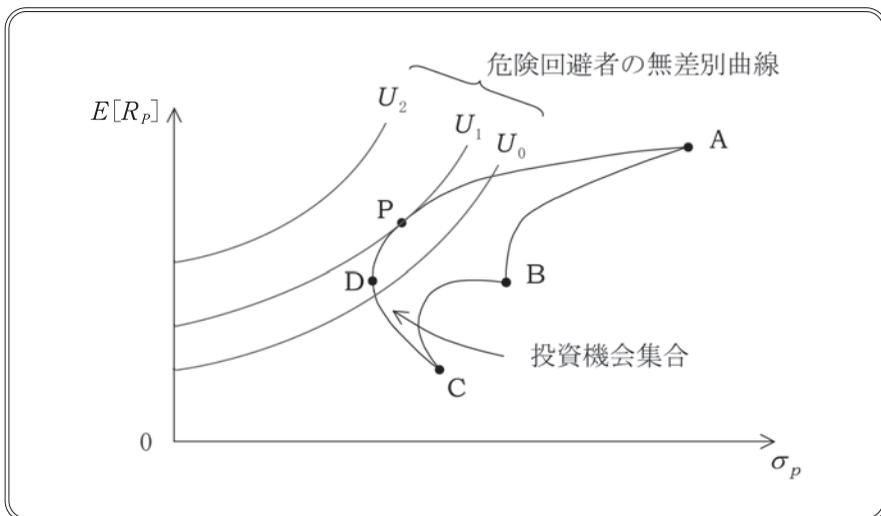
- ①年齢が若いほど、
- ②（金融資産以外の）収入が多いほど、
- ③必要な支出が少ないほど、

一般には、リスク許容度が大きい（リスク回避度が小さい）と考えられる。

投資家にとって「選択しうるポートフォリオの中で効用を最大化するポートフォリオ」を最適ポートフォリオといい、効率的フロンティアと無差別曲線の接点で与えられる。

リスク資産のみからなるポートフォリオのケースでは次のように描ける。

Point：最適ポートフォリオ（リスク資産のみのケース）



1° 投資機会集合の上側のへり（曲線APD）は、この場合の効率的フロンティア（有効フロンティア）であり、最適ポートフォリオは、効率的フロンティアと無差別曲線の接点Pである。

2° その他の投資機会集合の各部分の名称は、次のとおりである。

最小分散フロンティア（minimum variance frontier）：曲線APDC

大域的最低分散ポートフォリオ（MVP：minimum variance portfolio）：点D

効率的ポートフォリオ（efficient portfolio）：曲線APD上の各点

Point Check <<1996.1.6>>

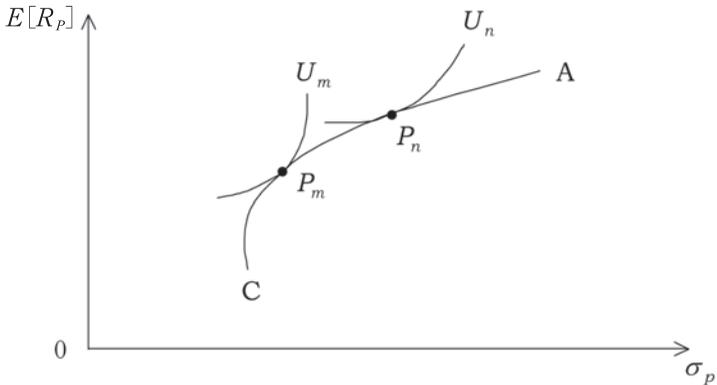
リスク許容度が異なる2人の危険回避的な投資家が存在するものとする。投資対象が危険資産のみとして、この2人が全く同一の最適ポートフォリオを選択するか否か、説明せよ。

Answer

2人が、同一の最適ポートフォリオを選択するとは限らない。

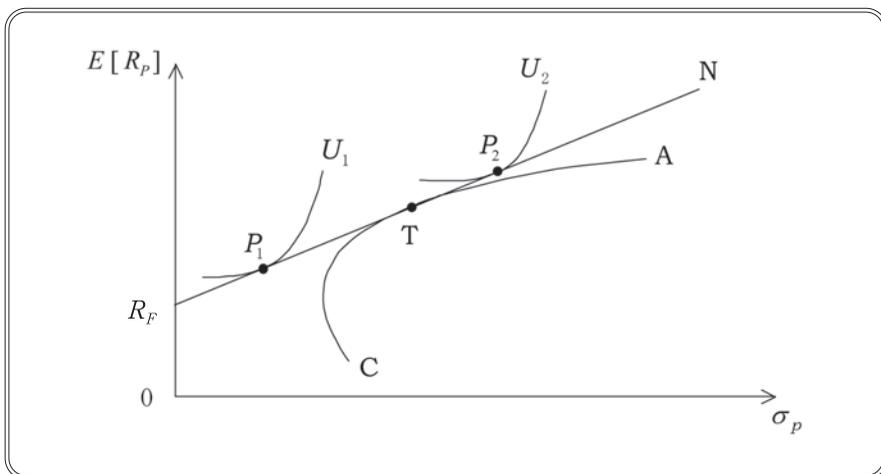
第1に、各資産についてのリスク・リターンが異なれば、異なった効率的フロンティアに直面する。

第2に、同じくリスク回避的といっても投資家の選好は異なる（無差別曲線の形状は異なっている）のが通常である。



投資対象に安全資産が含まれる場合の最適ポートフォリオは次のように描ける。

Point：最適ポートフォリオ（安全資産を含むケース）



1° 安全資産利子率（リスクフリー・レート）が R_F で、危険資産だけからなる投資機会集合の最小分散境界が曲線ATCのとき、効率的フロンティア（有効フロンティア）は直線 R_FN である。無差別曲線 U_1 で表される投資家の最適ポートフォリオは、効率的フロンティアと無差別曲線 U_1 との接点 P_1 であり、無差別曲線 U_2 で表される投資家の最適ポートフォリオは、効率的フロンティアと無差別曲線 U_2 との接点 P_2 である。

2° この図からもわかるように、安全資産と投資機会集合が与えられれば、投資家の無差別曲線の形状にかかわらず、危険資産の組合せとしては接点ポートフォリオTを選び、投資家の無差別曲線の形状は危険資産と安全資産の比率の決定にだけ影響を与えることがわかる。この性質を**分離定理**と呼ぶ。

なお、危険資産の最適な組合せである接点ポートフォリオTの決定は、

$$\text{シャープ・レシオ} = \frac{\text{期待収益率} - \text{リスクフリー・レート}}{\text{標準偏差}}$$

を最大にするように行えばよい。

Point Check <<1996.1.7>>

安全資産の導入によって、最適ポートフォリオ決定がどのようになるか説明し、あわせて分離定理についても言及せよ。

Answer

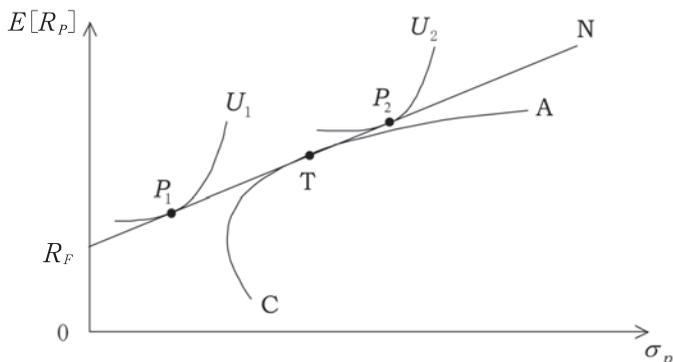
安全資産の導入により、効率的フロンティア上に危険資産のみからなる最適危険資産ポートフォリオが接点ポートフォリオとして決まる。この最適危険資産ポートフォリオは投資家の効用とは独立に決定される。このような最適危険資産ポートフォリオの決定と、危険資産と安全資産の組合せ比率の決定は分離して考えられることを（トービンの）分離定理（separation theorem）という。

(3) 資本資産評価モデル（CAPM）

Sharpeらによる資本資産評価モデル（CAPM）は、平均・分散アプローチに従う危険回避的な投資家たちが合理的な投資行動をとった場合、市場均衡において成立するリスクとリターンの関係を示すものである。

Sharpe-Lintner型のCAPMは、同一利子率で貸借可能な安全資産が存在し、投資家のリスク資産の収益率に関する予想が同一である（同質的期待の仮定）、等の仮定の下で導かれる。

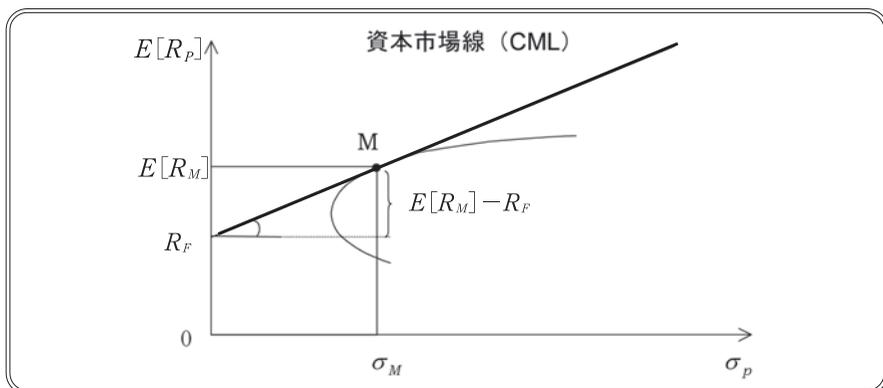
このとき、各投資家は安全資産と接点ポートフォリオ T を保有することになる。



市場均衡においては、この接点ポートフォリオ T は市場ポートフォリオと呼ばれる。つまり、市場ポートフォリオは、市場均衡において、すべての危険資産をその時価総額のウェイトで含むポートフォリオである。

このとき、市場ポートフォリオを M で表せば、すべての投資家が保有するポートフォリオのリスク・リターンの関係は、次の資本市場線で表される。

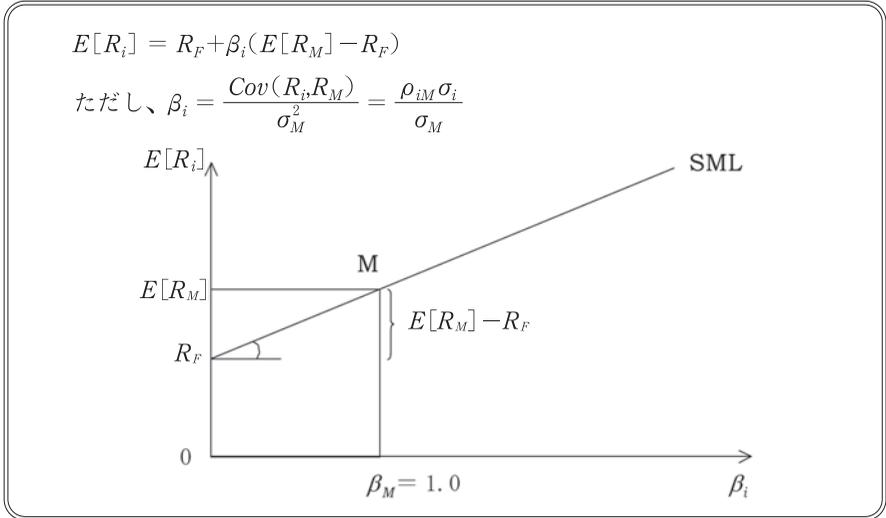
Point : 資本市場線



Sharpe-Lintner型CAPMの下で、すべての投資家はそのリスク許容度に応じて、資本市場線上のポートフォリオを選択する。ただし、これはその投資家の資産全体からなるポートフォリオがこの資本市場線上にあることを示すものであって、個別証券（ポートフォリオ）のリターン・リスクの関係を示すものではない。

個別証券（ポートフォリオ）のリターン・リスクの関係は、ベータというリスク概念を用いることによって示される。

Point : Sharpe=Lintner型CAPM（証券市場線）



1° Sharpe=Lintner型CAPMは超過収益率の形

$$E[R_i] - R_f = \beta_i(E[R_M] - R_f)$$

に変形できるので、CAPMの結論は、各証券間の収益率の格差はその証券の市場関連リスクを示すベータのみによって説明可能とするものである。そこで、CAPMが成立しているかどうかを検証するための1つの方法としては、各証券（ポートフォリオ）の超過収益率を被説明変数とし、ベータおよび他の変数（PER、PBR、時価総額など）を説明変数とする回帰モデルによって分析する。CAPMが成立していれば、ベータの係数のみが統計的に有意であり、定数項およびベータ以外の変数は統計的に有意ではないはずであるが、多くの実証研究では、CAPMの成立は否定される。

Point Check <<2006.2.7>>

2つの業種インデックスの属性について、次のようなデータが得られているとする。

業種名	β 値	期待収益率
X	1.08	(1)
Y	0.78	(2)

リスクフリー・レートは1%、市場ポートフォリオの期待収益率は6%として、業種インデックスの期待収益率を求めなさい。

Answer

(1) 6.4%

(2) 4.9%

[計算過程]

CAPM によれば、

$$\begin{aligned} \text{期待収益率} &= \text{リスクフリー・レート} + \beta \text{ 値} \\ &\quad \times (\text{市場ポートフォリオの期待収益率} - \text{リスクフリー・レート}) \end{aligned}$$

$$\text{業種 X : } 1\% + 1.08 \times (6\% - 1\%) = 6.4\%$$

$$\text{業種 Y : } 1\% + 0.78 \times (6\% - 1\%) = 4.9\%$$

Point Check <<1999.1.2>>

株式収益率から安全資産収益率を差し引いた超過収益率を被説明変数とした回帰分析を行い、次の表のとおりの結果を得た。この結果から、CAPMの有効性について評価せよ。

[図表]

説明変数	係数の推定値
定 数 項	0.05 (0.53)
P E R	0.16 (2.67)
売上高経常利益率	1.61 (3.01)
ベ ー タ	2.16 (3.12)
前月リターン	0.12 (3.58)

() 内の値はt値

Answer

CAPMのみによって収益率の変動を説明するには無理がある、と考える。回帰分析結果から判断すると、定数項の係数の推定値のt値が小さい点、ベータのt値が大きい点はCAPMと矛盾しないが、PER、売上高経常利益率、前月リターンの係数の推定値のt値が大きく、これらの変数も株式収益率に有意な影響を与えていることが示されており、CAPMと矛盾する。

note

回帰係数の仮説検定を行う場合 t 検定が用いられる。簡略な方法としては、臨界値を2.0として、

t 値 (の絶対値) ≥ 2.0 …統計的に有意である

t 値 (の絶対値) < 2.0 …統計的に有意でない

と判定すればよい。

このため、本問では、 t 値が2.0より小さい定数項については有意でないと判断し、 t 値が2.0以上のPER、売上高経常利益率、ベータ、前月リターンについては有意であると判断している。

(4) マーケット・モデル (市場モデル)

各証券の収益率を市場収益率によって説明しようとする確率モデルがマーケット・モデル (市場モデル) である。

マーケット・モデルは、

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + e_i$$

ただし、 R_i : 証券 i の収益率、 α_i , β_i : 証券 i に固有の定数、

R_M : 市場収益率、 e_i : 攪乱項

で表される。ここで、

① 攪乱項の期待値は 0

$$E[e_i] = 0$$

② 市場収益率と攪乱項は互いに無相関

$$\text{Cov}(R_M, e_i) = 0$$

③ 異なる銘柄の攪乱項は互いに無相関

$$\text{Cov}(e_i, e_j) = 0 \quad (i \neq j)$$

と仮定する。

以上の仮定の下で、マーケット・モデルについては、次の点を確認しておきたい。

Point : マーケット・モデルにおける各証券のリターンとリスク

① 期待収益率

$$E[R_i] = \alpha_i + \beta_i E[R_M]$$

② 分散

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{e_i}^2$$

総リスク = システムティック・リスク + アンシステムティック・リスク

1° 銘柄数を増やす (= 分散投資が進む) ことにより、アンシステムティック・リスクはゼロに近づく。

2° 「総リスクに占めるシステムティック・リスクの割合」は市場指標の収益率を説明変数とした回帰分析において得られる**決定係数** (R^2) で表される。決定係数 (R^2) は、本来は、回帰分析におけるモデルの当てはまり具合 (説明力) を表す数値であるが、マーケット・モデルの文脈では、「分散投資の度合い (程度)」を表す数値とみることができる。

Point Check <<2005.1.3>>

ベータが0.85の小型株ファンドのトータル・リスクが22.0% (年率標準偏差) とする。このトータル・リスクを市場リスクと非市場リスクに分解して、年率標準偏差 (%) で表しなさい。なお、TOPIXの標準偏差は20.0%である。

Answer

市場リスク : 17.0%、非市場リスク : 14.0%

[計算過程]

小型株のトータル・リスク (分散) は、

$$\underbrace{\sigma_{\text{小型株}}^2}_{\text{トータル・リスク}} = \underbrace{\beta_{\text{小型株}}^2 \sigma_{\text{TOPIX}}^2}_{\text{市場リスク}} + \underbrace{\sigma_{e_{\text{小型株}}}^2}_{\text{非市場リスク}}$$

$$22.0^2 = 0.85^2 \times 20.0^2 + \sigma_{e_{\text{小型株}}}^2$$

と分解できる。これから、

$$\text{市場リスク (標準偏差)} = \beta_{\text{小型株}} \sigma_{\text{TOPIX}} = 0.85 \times 20.0 = 17.0 (\%)$$

非市場リスク (標準偏差)

$$\sigma_{e_{\text{小型株}}} = \sqrt{\sigma_{\text{小型株}}^2 - \beta_{\text{小型株}}^2 \sigma_{\text{TOPIX}}^2} = \sqrt{22.0^2 - 0.85^2 \times 20.0^2} = 13.96 \dots \approx 14.0 (\%)$$

4 マルチファクター・モデル

CAPM（資本資産評価モデル）やマーケット・モデルは、1つのファクターである証券（ポートフォリオ）の収益率を説明しようとするものであったが、複数のファクターで説明しようとするのがマルチファクター・モデルである。

(1) マルチファクター・モデルの基本

いま、ある証券 i ($i = 1, 2, \dots, n$) の収益率を R_i とし、この証券の収益率が各証券にも共通の k 個のファクターである F_j ($j = 1, 2, \dots, k$) の1次関数として、

$$R_i = a_i + b_{i1}F_1 + b_{i2}F_2 + \dots + b_{ik}F_k + e_i$$

ただし、 a_i ：証券 i に固有の定数

b_{ik} ：証券 i の第 j 共通ファクターに対する感応度（エクスポージャー）

e_i ：証券 i に固有の攪乱項（期待値0）

で表されるものとする。

これらの証券からなるポートフォリオの収益率 R_P は、

$$\begin{aligned} R_P &= w_1R_1 + w_2R_2 + \dots + w_nR_n = \sum_{i=1}^n w_iR_i \\ &= \sum_{i=1}^n w_i(a_i + b_{i1}F_1 + b_{i2}F_2 + \dots + b_{ik}F_k + e_i) \\ &= \sum_{i=1}^n w_i(a_i + e_i) + \sum_{j=1}^k (w_1b_{1j} + w_2b_{2j} + \dots + w_nb_{nj})F_j \end{aligned}$$

で表せるから、このポートフォリオの j 番目のファクターに対する感応度 b_{Pj} は次のように表せる。

Point : ポートフォリオのファクター感応度

$$b_{pj} = w_1 b_{1j} + w_2 b_{2j} + \dots + w_n b_{nj} = \sum_{i=1}^n w_i b_{ij}$$

= (各証券への投資比率×ファクター感応度) の合計

Point Check <<1997.1.2>>

マルチファクター・モデルによって各社の株式について分析した。X社とY社の株式については、あるファクターに対するエクスポージャーが、それぞれ、0.92と1.12であった。

自己資金をX社とY社の株式に投資して、このエクスポージャーが1となるようなポートフォリオを作成するためにはX社とY社にどのような割合で資金を配分すればよいか。

Answer

X : 60%、Y : 40%

[計算過程]

X社への投資比率を w とすると、

$$0.92w + 1.12(1 - w) = 1$$

$$w = 0.6$$

マルチファクター・モデルを仮定して回帰分析を行う場合、説明変数を何にするかが問題となる。

Point : マルチファクター・モデルの回帰分析と説明変数

- (1) マクロ経済指標を用いた時系列分析
変数として、鉱工業生産指数、長短金利差、為替レートなどを用いる
- (2) 財務指標などを用いたクロス・セクション分析
財務指標などを用いる（例：BARRAモデル）
- (3) スタイル・インデックスを用いる方法

なお、証券アナリスト試験でとり上げられるマルチファクター・モデルは、「(3) スタイル・インデックスを用いる方法」が多く、これは「ファーマ=フレンチ・3ファクター・モデル」として知られている。

米国市場では1930年代以降、小型株（株式時価総額の小さい銘柄群）のリターンが大型株（株式時価総額の大きい銘柄群）のリターンを上回るということが1980年代に入って報告された。この小型株の超過リターンは、とりわけ12月～1月にかけて見られ、同様の超過リターンがバリュー株（PBRの低い銘柄群：割安株）についても観察された。いわゆる、**規模効果（小型株効果）、バリュー株効果（低PBR効果）**と呼ばれるアノマリーである。アノマリーとは、効率的市場仮説（EMH）に反する変則性のことであり、金融市場にみられるある種の傾向で、合理的な理由のはっきりしないものを指す。

現代ファイナンスは、すべてのリターンはリスクで説明するというフレーム・ワークであるため、ファーマ（Fama,E.）は、「市場」を唯一のリスク・ファクターとするCAPMではリスク要因の特定が不十分であり、小型株やバリュー株への投資を小型株リスク（サイズ・ファクター）、バリュー株リスク（バリュー・ファクター）としてモデルに取り込むことで、このアノマリーに関する問題を処理した。これが、ファーマ=フレンチ・3ファクター・モデルである。小型株やバリュー株は、倒産リスクが高く取引量も少ないので、これを財務リスクと流動性リスクとしている。

証券アナリスト試験では、「市場（MKT）」を唯一の説明変数とするマーケット・モデルによる単回帰分析の結果

$$R_i - r_f = a_i + \beta_{i,MKT}(r_{MKT} - r_f) + e_i$$

と、「市場（MKT）」に加えて「サイズ（SMB）」および「バリュー（HML）」の

3つの説明変数を使ったファーマ=フレンチ・3ファクター・モデルによる重回帰分析の結果

$$R_i - r_f = a_i + \beta_{i,MKT} f_{MKT} + \beta_{i,SMB} f_{SMB} + \beta_{i,HML} f_{HML} + e_i$$

を対比・吟味するパターンの出題が見られる。

ただし、 r_f ：リスクフリー・レート、 $\beta_{i,MKT}$ ：証券*i*のマーケット・ファクターに対するエクスポージャー（定数）、 $\beta_{i,SMB}$ ：証券*i*のサイズ・ファクターに対するエクスポージャー（定数）、 $\beta_{i,HML}$ ：証券*i*のバリュース・ファクターに対するエクスポージャー（定数）、 f_{MKT} ：マーケット・ファクター、 f_{SMB} ：サイズ・ファクター、 f_{HML} ：バリュース・ファクター、 e_i ：証券*i*の固有リターンの変動部分（残差）。

3ファクター・モデルの各説明変数（リターン格差）は以下の通り。

$$f_{MKT} \equiv R_{MKT} - r_f$$

$$f_{SMB} \equiv R_{Small} - R_{Big}$$

$$f_{HML} \equiv R_{High} - R_{Low}$$

ただし、 R_{MKT} ：市場ポートフォリオ（株式インデックスで代理）のリターン、 R_{Small} ：小型株のリターン、 R_{Big} ：大型株のリターン、 R_{High} ：高BPR（バリュース）株のリターン、 R_{Low} ：低BPR（グロース）株のリターン。
なお、BPR（簿価時価比率）=PBRの逆数。

Point：ファーマ=フレンチ・3ファクター・モデル

$$R_i - r_f = a_i + \beta_{i,MKT} f_{MKT} + \beta_{i,SMB} f_{SMB} + \beta_{i,HML} f_{HML} + e_i$$

$$\text{MKT：マーケット（市場）ファクター} \quad f_{MKT} \equiv R_{MKT} - r_f$$

$$\text{SMB：サイズ（時価総額）ファクター} \quad f_{SMB} \equiv R_{Small} - R_{Big}$$

$$\text{HML：バリュース（PBR）ファクター} \quad f_{HML} \equiv R_{High} - R_{Low}$$

「現在では、小型株やバリュース株、グロース株に特化して株式運用を行う機関投資家が多数存在しているので、ファーマ=フレンチの3ファクター・モデルは、ファンドのパフォーマンス評価においても、CAPM以上によく用いられているのが実

情」(日本証券アナリスト協会編「新・証券投資論 I 理論篇」p.121~122)のようである。とは言え、「小型株になぜプレミアムがつくのか、バリュー株になぜプレミアムがつくのか、という基本的な問題に誰もが納得できる説明がまだなされておらず、この点がファーマ=フレンチ・モデルの抱える大きな課題」(日本証券アナリスト協会編「新・証券投資論 I 理論篇」p.122)とも指摘されている。

さらにカーハート (Carhart, M) は、これら 3 ファクターにモメンタム・ファクター (リターン・リバーサル/モメンタム) を加え、「4 ファクター・モデル」に拡張している。

リターン・リバーサル/モメンタム：米国では 3 年から 5 年といった長期のリターンをみると、過去のパフォーマンスがよかった (悪かった) ポートフォリオは次の 3 年から 5 年ではパフォーマンスが悪くなる (よくなる) 傾向、つまりリターンに「負の系列相関」が観察される (リターン・リバーサル)。また、6 ヶ月といった短期についてはリターンによりパフォーマンス (悪いパフォーマンス) が続く傾向、つまりリターンに「正の系列相関」が観察される (モメンタム)。

モメンタム・ファクターの作成方法は、例えば、株式の過去 1 年間のリターン (厳密にはリターン計測直前の過去 1 ヶ月を除く 11 ヶ月) に基づいて、銘柄を 3 つのグループ・ポートフォリオに分割し、最もリターンの高かったグループ・ポートフォリオのリターンから最もリターンが低かったグループ・ポートフォリオのリターンを差し引き、その値をファクター値として用いる。

この「モメンタム・ファクター」を前提とすると、

- ・モメンタム・ファクターのエクスポージャーがプラスの場合
直前年間のリターンが高かった銘柄をオーバーウェイト
(モメンタムにティルトした運用)
- ・モメンタム・ファクターのエクスポージャーがマイナスの場合
直前年間のリターンが低かった銘柄をオーバーウェイト
(リターン・リバーサルにティルトした運用)

となる。

Point Check <<1998.1.2>>

マルチファクター・モデルを仮定して回帰分析を行う場合、マクロ経済ファクターを利用したモデル以外にもさまざまなタイプがある。どのようなものがあるか。具体例を示して、マクロ経済ファクター・モデルとの違いを説明せよ。

Answer

(解答例1)

ファクターに財務指標、産業、株価尺度などをファクターとして採用したBARRA型モデル。マクロ経済ファクター・モデルは、独立変数ファクターとして景気・金利・為替など株価にシステムティックな影響を与える外生要因を説明変数として採用し、時系列データによる回帰分析によってファクターへの感応度を計測する。これに対し、BARRA型モデルでは財務ファクターや産業など個別銘柄の属性を説明変数として採用し、クロスセクション回帰分析によってリターンを説明する方法が採られている。

(解答例2)

ファクターにスタイル・インデックスを採用したモデル。独立変数として大型成長株、大型割安株、小型株など市場インデックスをスタイルによって分類したファクターを採用しており、ポートフォリオのスタイル特性を分析するのに有効である。ただし、これらのファクターは市場インデックスの一部であり、いわば内生要因を説明変数としている点で、マクロ経済ファクター・モデルが外生要因を説明変数とするアプローチである点と異なる。

Point Check <<2010.1.4>>

ファンダメンタル・ファクター・モデルとはどのようなモデルか、マーケット・モデルとマクロファクター・モデルに対比して説明しなさい。

Answer

マーケット・モデルは個別証券のリターンを市場ポートフォリオのリターンという単一のファクターで説明しようとするモデルで、シングルファクター・モデルとも呼ばれる。これに対し、ファンダメンタル・ファクター・モデルは複数のファクターを用いる。マクロファクター・モデルが経済変数をファクターとするのに対し、ファンダメンタル・ファクター・モデルは企業規模や企業価値のような個別企業の属性をファクターにする。

note

	マーケット・モデル	マクロ・ファクター・モデル	ファンダメンタル・ファクター・モデル
ファクターの数	1つ	複数	複数
共通ファクター	市場ポートフォリオ	マクロ経済変数 ・ GDP成長率 ・ 物価上昇率 ・ 長短金利差 ・ 信用スプレッドなど	・ 銘柄属性 ・ 企業規模 ・ 株価指標 ・ 財務比率 ・ 企業成長性など
回帰分析の方法	時系列	時系列	クロスセクション
ファクター・リターン、感応度の推定	事前にファクターを特定し、感応度を推定する	事前にファクターを特定し、感応度を推定する	事前に感応度を決めておき、ファクター・リターンを推定する

Point Check <<2012.AM.7>>

アクティブ・ファンド「投資のニューフロンティア（NFI）」は小型株を中心に運用するファンドで、過去3年間のパフォーマンスは資料1、資料2のとおりである。

資料1 「NFI」、TOPIX、小型株指数の過去3年間のパフォーマンス

ファンド	平均リターン	標準偏差	「NFI」との相関係数
ファンド「NFI」	1.30%	6.69%	1.00
TOPIX	0.37%	6.80%	0.83
小型株指数	0.93%	6.26%	0.92

資料2 回帰分析の結果

回帰式1 マーケットモデルに基づく回帰

$$RX_t = 1.00 + 0.82RM_t \quad R^2 = 0.69$$

(0.55)(0.093)

RX_t : t期のファンド「NFI」の超過リターン（対リスクフリー・レート）

RM_t : t期のTOPIXの超過リターン（対リスクフリー・レート）

回帰式2 ファーマ=フレッチ・3ファクター・モデルに基づく回帰

$$RX_t = 0.18 + 0.98RM_t + 1.17SMB_t - 0.17HML_t \quad R^2 = 0.85$$

(0.15)(0.074) \quad (0.20) \quad (0.21)

SMB_t : t期の小型株ポートフォリオと大型株ポートフォリオのリターン格差

HML_t : t期のバリュー株ポートフォリオとグロース株ポートフォリオのリターン格差

注：カッコ内の数値は標準誤差を表す。

- (1) ファンド「投資のニューフロンティア（NFI）」のアルファについて、資料2において回帰式2のアルファの方が回帰式1のアルファよりも小さくなっているのはなぜか、考えられる理由を説明しなさい。

- (2) ファンド「投資のニューフロンティア (NFI)」のファンドマネジャーの運用スキルは、必ずしも他のアクティブ・ファンドのマネジャーと比較して優れているとはいえない可能性がある。その理由を説明しなさい。

Answer

- (1) 市場ファクターだけでみると固有の超過収益率として観察されたが、実はサイズ、バリュウといったリスク・ファクターを源泉とする部分が含まれており、3ファクターによる回帰分析で表面化し小さくなった。
- (2) 回帰式1、2とも正の超過リターンが観測されているが、統計的には有意でない。一方、SMBファクターの係数が0から有意に乖離しており、計測期間がたまたま小型株に有利な市場環境で、SMBファクターのエクスポージャーを拡大させた結果、正の超過リターンが得られた可能性がある。

note

- (2) 固有の超過リターン（定数項）および回帰係数について仮説検定（ t 検定）を行う。この問題では標準誤差が与えられているだけなので、 t 値を計算しなければならない。

$$t = \frac{\hat{\theta} - \theta_0}{s_{\hat{\theta}}}$$

ただし、 $\hat{\theta} : \theta$ （＝定数項、回帰係数）の推定量、 θ_0 ：（帰無仮説の）「真の値」、 $s_{\hat{\theta}} : \hat{\theta}$ の標準誤差。なお、帰無仮説について、ここでは超過リターン（定数項）、および3ファクター・モデルのサイズ（SMB）、バリュー（HML）については帰無仮説： $\theta = 0$ とするが、市場（RM）については $\theta = 1$ 、つまり「エクスポージャーは市場並み」とするのが一般的である。検定の判断の基準としては、問題の性質から考えて概ね2.0を目安として、

t 値（絶対値） ≥ 2.0 であれば、「有意である（有意に0あるいは1から乖離している）」

t 値（絶対値） < 2.0 であれば、「有意でない（有意に0あるいは1から乖離していない）」

とおおよその判断をすればよいだろう。

これによれば、統計的に有意である（有意に0あるいは1から乖離している）のは回帰式2のサイズ（SMB）の係数だけである。なかなか難しいが、一般論としては以下のような解釈が妥当なところだろう。

- 1) まず、回帰式1、2とも正の超過リターンが観測されているが、統計的には有意でない（すなわち、アルファが0であるという仮説を棄却できない）。
- 2) 一方、SMBファクターの係数は0から有意に乖離している。
- 3) これは、計測期間がたまたま小型株に有利な市場環境で、SMBファクターのエクスポージャーを拡大させた結果、正の超過リターンが得られた可能性がある。

Point Check <<2013.PM.3>>

ファーマ=フレンチの3ファクター・モデルを拡張したものに、カーハートの4ファクター・モデルがある。第4ファクターとそのエクスポージャー（ファクターに対する感応度）について説明しなさい。

Answer

モメンタム・ファクターと呼ばれ、過去1年間のパフォーマンスが最も高かったグループ・ポートフォリオと、最も低かったグループ・ポートフォリオのリターン之差をファクターとする。ある期間のリターンが高い（低い）と次の期間のリターンも高く（低く）なる傾向がある場合（リターンに「正の系列相関」がある場合）、エクスポージャー（感応度）は正になる。

(2) APT（裁定価格理論）

マルチファクター・モデルにおける均衡モデルとして、S. RossによるAPT（裁定価格理論）がある。

第 j ファクターのファクター・ポートフォリオ（そのファクターの感応度がちょうど1で、その他のファクターの感応度がすべて0であるようなポートフォリオ）のリスク・プレミアムを λ_j で表せば、APTによれば各証券の期待収益率は次のように表せる。

Point : APT（裁定価格理論）

$$E[R_i] = R_F + b_{i1}\lambda_1 + b_{i2}\lambda_2 + \cdots + b_{ik}\lambda_k$$

$$= R_F + \sum_{j=1}^k b_{ij}\lambda_j$$

ポートフォリオの期待収益率

= 安全資産収益率 + (ファクター感応度 × リスク・プレミアム) の合計

Point Check <<1997.1.2>>

APT（裁定価格理論）に立脚したマルチファクター・モデルに基づいて株式ポートフォリオの運用を行っている。ファクターとして、鉱工業生産指数、マーケットリスク、原油価格、株式時価総額の4つの変数が選ばれている。

次表は、各ファクターに対するリスク・プレミアムと代表的な4社の株式のエクスポージャーを示したものである。

ファクターに対するリスク・プレミアムとエクスポージャーの大きさ

ファクター	エクスポージャー				リスク・プレミアム(%)
	A社	B社	C社	D社	
鉱工業生産指数	0.71	0.93	-0.29	1.19	0.65
マーケットリスク	0.92	0.68	1.12	0.75	7.86
原油価格	-0.45	-0.87	0.59	-0.23	0.43
株式時価総額	1.41	-0.12	0.48	0.38	-0.27

安全資産収益率を1.5%とすると、A社の株式の期待収益率はいくらになるか（解答は%単位とし、小数第2位を四捨五入せよ）。

Answer

8.6%

[計算過程]

$$E[R_A] = 1.50 + 0.71 \times 0.65 + 0.92 \times 7.86 + (-0.45) \times 0.43 + 1.41 \times (-0.27) \approx 8.62$$

以上のAPT（裁定価格理論）では、ファクターが何であるかは示されていないため、ファクターの特定方法が問題になる。方法としては、マクロ経済変数や財務変数などの現実の具体的な指標を用いる方法と、現実の具体的な指標を用いずに主成分分析や因子分析を用いる統計的手法により特定する方法とがある。

Point : APT (裁定価格理論) におけるファクターの特定方法

特定方法	長所
(1) 現実の具体的な指標を用いる方法 (a) マクロ経済指標を用いる (b) 財務指標を用いる、など	ファクターが具体的に特定されるので解釈が容易であり、将来のリターン予測に使いやすい。
(2) 現実の具体的な指標を用いないで統計的手法により特定する方法	ファクターを具体的に特定する必要がないので、ファクターの特定化に恣意性がない。

5 スタイル・マネジメント

(1) スタイル・マネジメントとは？

スタイル・マネジメントとは、投資スタイル（例えば、大型・小型、バリュー・グロース、日本株・外国株など）に分類し、それぞれのスタイルを得意とするアクティブ・マネジャーにその得意分野の運用をまかせ、スタイル間のリスク管理を行う投資管理手法をいう。

スタイル運用の長所は、スタイル・マネジャーの分化による分業の利益の享受や、スタイル間での効率的なリスク分散に求められる。

(2) スタイル分析の手順

スタイル分析を行う場合、次のステップを踏む。

<step 1>スタイルの分類

市場を構成する銘柄をいくつかのセクターに分ける。

よく使われる方法としては、

大型・割安株、

大型・成長株、

小型株

に3分類するものがある。

ここでは分類基準が2つある。1つ目の基準は、PER（株価収益率）またはPBR（株価純資産倍率）で分類し、それらの低い割安（バリュー）株とそれらの高い成長（グロース）株とに分ける。2つ目の基準は、時価総額など資本サイズによって大型・小型に分ける（これを大型・中型・小型に分けることもある）。

その上で、各セクターに対応するインデックスを作る。上記の3分類のケースであれば、「大型・割安株インデックス」、「大型・成長株インデックス」、「小型株インデックス」の3つが必要になる。

<step 2>回帰分析

こうして作られたインデックスを説明変数として、各運用者のポートフォリオについて回帰分析を行う。この際、説明変数の係数の和が1という制約条件付で回帰分析が行われることが多い。

$$r_p = w_{LV}r_{LV} + w_{LG}r_{LG} + w_S r_S + e$$

$$s.t. \sum w = 1.0$$

$$0 \leq w_{ij} \leq 1$$

ただし、 r_p ：ポートフォリオのリターン、 r_{ij} ：スタイル・インデックスのリターン ($i=L, S, j=V, G$)、 w_{ij} ：回帰係数 ($i=L, S, j=V, G$)、 L ：大型株、 S ：小型株、 V ：バリュー（割安）株、 G ：グロース（成長）株、 $s.t.$ ：制約条件（subject to）。

スタイルが適切に定義されており、かつ、適切なスタイル・インデックスが採用されていれば、回帰結果（主として、係数の絶対値の大きさに着目する）から、各運用者の得手不得手等の特性を把握することができる。

回帰係数（ウェイト(w)）の大きさが、その運用スタイルを示唆している。

<step 3> 運用者の選定

スタイル分析の結果を利用して、運用者の選定に利用することもできる。

運用者のスタイル特性を把握した上で、

各スタイルで最も優れた運用者を選び、

市場全体とセクター・アロケーションが一致するように資金を配分することにより、リスクを市場全体と同程度に保ちながら、より高いリスク調整後収益率が得られるマネジャー・ミックスが可能になる。

(3) スタイル・マネジメントの長所・短所

スタイル運用の長所として、次のような点があげられる。

スタイル運用の長所は、スタイル・マネジャーの分化による分業の利益の享受や、スタイル間での効率的なリスク分散に求められる。

- ① 運用者にも得手不得手があり、運用者の特性がスタイル分析によって把握できれば、運用者は得意分野に特化でき分業の利益が享受できる。
- ② 各スタイルへの資金配分を各セクターのウェイトに等しくすれば、ポートフォリオ全体で負担するリスクを、市場ポートフォリオと同程度に保ちつつ、アクティブ運用のメリットを享受できる。

③ さらに、複数の運用者を雇うことで、相場観の分散も図ることができる。要は、スタイル分散によりリスクを抑えつつ、アクティブ運用の成果が得られる可能性があるという点である。

他方、スタイル分析の問題点として、次のような点があげられる。

- ① スタイル分析では、市場をいくつかのセクターに分けられるという前提に立っているが、その分類の根拠は必ずしも十分ではない。
- ② たとえ①がクリアできたとしても、運用者が少なくとも測定期間中、同一のスタイルに従っていることが分析の前提となる。測定期間中にスタイルの変更がなされたとすれば、回帰分析を行っても適切な分析結果は得られない。
- ③ (統計的手法を用いる場合、常につきまとう問題だが) 過去のデータが将来にわたって適用できるとは限らない。

これらのスタイル分析の欠点を補うためには、運用会社の投資哲学や運用方針、運用体制などと、実際のパフォーマンスが一致しているか、などの定性的評価も必要となる。

Point Check <<2001.1.5>>

回帰分析を用いたスタイル分析の手法を用いた場合、ファンドのパフォーマンスが正しく捕捉されないのはどのような場合か述べて。

Answer

回帰分析の期間中は投資スタイルの変化がないものと仮定していることになる。しかしながら、現実には運用期間内で投資スタイルの変更が行われている可能性があり、そのような場合には、この分析ではファンドのパフォーマンスが正しく捕捉されない。

Point Check <<2007(12月).1.3>>

A 投資顧問ではアクティブ運用で使うファクター・モデルの有効性を検証するために、以下の手順で分位別バックテストを行った。

東証1部の構成銘柄を対象に月末時点でのファクター・モデルに基づいて投資魅力度を銘柄毎にランク付けする。それをもとに同じ銘柄数の5つのグループに分け、それぞれのグループごとに等金額ウエイトのポートフォリオを作成する。分位別ポートフォリオのリスク・リターンを比較する。

下の表は分位別ポートフォリオのリスク・リターン（A欄）およびシャープレットのスタイル分析を適用した結果（B欄）を示している。

	A. 分位別ポートフォリオのリスク・リターン					B. 株式スタイル分析			
	絶対リターン 年率平均 (%)	対ベンチマーク		β値	残差リターン の年率標準 偏差 (%)	大型 バリュー	大型 グロース	小型 バリュー	小型 グロース
		絶対リターン 年率標準偏差 (%)	超過リターン 年率標準偏差 (%)						
第1分位	-0.5	28.3	18.0	1.11	17.9	0%	0%	39%	61%
第2分位	2.6	24.4	13.4	1.04	13.4	0%	0%	45%	55%
第3分位	4.6	22.6	11.2	1.00	11.2	7%	5%	47%	41%
第4分位	5.5	20.9	9.3	0.95	9.3	28%	8%	64%	0%
第5分位	6.6	20.0	6.0	0.96	6.3	65%	18%	17%	0%

(注) ベンチマーク=配当込 TOPIX (年率換算平均リターンは3%)

このモデルから得られる投資魅力度に基づいて銘柄選択を行ってポートフォリオを構築すると、どのような投資スタイルに分類される可能性が高いと考えられるか、理由を挙げて説明せよ。

Answer

アクティブ運用では期待超過リターンがプラスとなるように運用を行うので、ファクター・スコアが高い銘柄を中心にポートフォリオを構成することになる。結果として、ポートフォリオのスタイル特性は第5分位に近いものになると考えられる。第5分位ポートフォリオは大型バリュウに対するエクスポージャーが65%と最も高いことから、このファンドは大型バリュウに分類される可能性が高いと考えられる。

note

分析結果を見ると、上位のカテゴリーはバリュウのエクスポージャーが高く、とくに最上位の第5分位では大型バリュウが非常に大きい。反対にグロースのエクスポージャーは低く、第4分位・第5分位では小型グロースがゼロとなっている。下位のカテゴリーでは小型グロースのエクスポージャーが大きく、ベンチマークに負けている。