

<TAC>無断複写・複製を禁じます（2026年合格目標）

一級建築士 学科本科生 構造本講義

【無料体験入学用】

構造テキスト

（第1回講義用 抜粋版）

資格の学校
TAC

【一級建築士 構造力学マスター】

| 回数 | 内 容 |
|----|-----------------------------------|
| 1 | 序 章 数学の基礎知識 |
| | 第1章 建築物に働く力 |
| | 第1節 力のつり合い |
| | 第2節 不安定・安定 |
| 2 | 第3節 静定構造物の反力 |
| | 第2章 静定構造物の応力 |
| | 第1節 応力 |
| | 第2節 静定梁の応力 |
| 3 | 第3節 静定ラーメンの応力 |
| | 第4節 3 ヒンジラーメンの応力 |
| 4 | 第5節 静定トラス |
| 5 | 第3章 部材の性質と応力度 |
| | 第1節 部材の性質 |
| | 第2節 応力度 (2.3. 曲げ応力度まで) |
| 6 | 第2節 応力度 (2.4. 応力度の合成から) |
| | 第3節 部材の変形 |
| 7 | 第4節 座屈 |
| | 第4章 不静定構造物 |
| 8 | 第1節 不静定構造物の応力と変形 (2. 不静定ラーメンまで) |
| 9 | 第1節 不静定構造物の応力と変形 (3. 水平力が作用・・・から) |
| 9 | 第2節 耐震の基本理論 (2. 地震応答スペクトルまで) |
| 10 | 第2節 耐震の基本理論 (3. 大地震を想定した塑性設計) |

【一級建築士 本講義 構造】

| 回数 | 内 容 |
|----|------------------------------|
| 1 | 序 章 数学の基礎知識 |
| | 第1章 建築物に働く力 |
| | 第1節 力のつり合い |
| | 第2節 不安定・安定 |
| | 第3節 静定構造物の反力 |
| 2 | 第2章 静定構造物の応力 |
| | 第1節 応力 |
| | 第2節 静定梁の応力 |
| | 第3節 静定ラーメンの応力 |
| | 第4節 3 ヒンジラーメンの応力 |
| 3 | 第5節 静定トラス |
| | 第3章 部材の性質と応力度 |
| | 第1節 部材の性質 |
| | 第2節 応力度 |
| | 第3節 部材の変形 |
| 4 | 第4節 座 屈 |
| | 第4章 不静定構造物 |
| | 第1節 不静定構造物の応力と変形 |
| | 第2節 耐震の基本理論 |
| 5 | 第5章 構造設計 |
| | 第1節 荷重・外力 |
| | 第2節 構造設計 (2. 3 : 耐震計算ルート2まで) |
| | 第2節 構造設計 (2. 4 : 耐震計算ルート3から) |
| | 第3節 構造計画 |
| 6 | 第4節 免震構造と制振構造 |
| | 第5節 耐震診断と耐震改修 |
| | 第6節 日本住宅性能表示基準 |
| 7 | 第6章 鉄筋コンクリート構造 |
| | 第1節 鉄筋コンクリートの性質 |
| | 第2節 部材算定 |
| | 第3節 配筋 |
| | 第4節 コンクリートのひび割れ・耐久性 |
| 8 | 第5節 鉄筋コンクリート構造の耐震設計 |
| | 第6節 壁式構造関係 |
| | 第7節 プレストレストコンクリート造 (PC造) |
| 9 | 第7章 鉄骨構造 |
| | 第1節 鋼材の性質 |
| | 第2節 部材の設計 |
| | 第3節 接合方法 |
| | 第4節 変形性能確保 |
| 10 | 第5節 鉄骨構造の耐震設計 |
| | 第6節 冷間成形角形鋼管 |
| 11 | 第8章 鉄骨鉄筋コンクリート構造 |
| | 第1節 鉄骨鉄筋コンクリート構造 |
| | 第2節 鋼管コンクリート構造 |
| | 第9章 木質構造 |
| | 第1節 各部構造 |
| 12 | 第2節 壁量計算 |
| | 第3節 木材の性質 |
| | 第4節 部材の設計 |
| | 第5節 大断面建築物 |
| | 第10章 地盤と基礎構造 |
| 12 | 第1節 地盤の許容応力度 |
| | 第2節 基礎構造 |
| | 第11章 建築材料 |
| | 第1節 セメント・コンクリート |
| | 第2節 金属材料 |
| | 第3節 木質材料 |

序 章

数学の基礎知識

1. 比を求める

[Q 1] $a = 2b$ のとき、 $a : b$ を求めよ。(a、b、c は整数とする)

[Q 2] $3a = 4b$ のとき、 $a : b$ を求めよ。

[Q 3] $5a = 3b = 4c$ のとき、 $a : b : c$ を求めよ。

[Q 4] $\frac{1}{2}a = 5b = \frac{1}{3}c$ のとき、 $a : b : c$ を求めよ。

Point

a、b、c のいずれかに 1 などを入れて、具体的な値を求める。

[解答]

[A 1] $a = 1$ とする。 $a = 2b$ の式に $a = 1$ を入れると、 $1 = 2b$

b を求めるためには、両辺を 2 で割って、 $\frac{1}{2} = b$

したがって、 $b = \frac{1}{2}$

a が 1 のとき、 b は $\frac{1}{2}$ になるから、 $a : b = 1 : \frac{1}{2}$ となる。

整数にすると、 $a : b = 2 : 1$

(別解) $b = 1$ とすると、 $a = 2 \times 1$

したがって、 $a : b = 2 : 1$

[A 2] $3a = 4b$ の式に $a = 1$ を入れると、 $3 \times 1 = 4b$

b を求めるためには両辺を 4 で割って、 $\frac{3}{4} = b$

したがって、 $a : b = 1 : \frac{3}{4} = \frac{4}{4} : \frac{3}{4}$

整数の比にするためには、
両方に 4 をかける。

[A 3] $5a = 3b = 4c$ の式に $a = 1$ を入れると、 $5 \times 1 = 3b = 4c$

すなわち $\overset{\textcircled{1}}{5} = 3b = 4c$

①の部分の $5 = 3b$ から $b = \frac{5}{3}$ ②の部分の $5 = 4c$ から $c = \frac{5}{4}$

$$\text{したがって、} a : b : c = 1 : \frac{5}{3} : \frac{5}{4}$$

分母の3と4を消すために、 a 、 b 、 c それぞれに (3×4) をかける。

$$1 \times (3 \times 4) : \frac{5}{\cancel{3}} \times (\cancel{3} \times 4) : \frac{5}{\cancel{4}} \times (3 \times \cancel{4}) = \underline{12 : 20 : 15}$$

◀ 3と4の最小公倍数をかけている

[A 4] $\frac{1}{2}a = 5b = \frac{1}{3}c$ の式に $a = 1$ を入れると、 $\frac{1}{2} \times 1 = 5b = \frac{1}{3}c$

$$\frac{1}{2} = 5b \text{ から } b = \frac{1}{10} \quad \text{また、} \frac{1}{2} = \frac{1}{3}c \text{ から } c = \frac{3}{2}$$

$$\text{したがって、} a : b : c = 1 : \frac{1}{10} : \frac{3}{2}$$

分母の10と2を消すために、 a 、 b 、 c それぞれに10をかける。

$$10 : 1 : \frac{3}{2} \times 10 = \underline{10 : 1 : 15}$$

5

10

15

20

25

30

35

比を求める

$$5a = 3b = 4c \text{ のとき}$$

$$\Rightarrow a : b : c = 12 : 20 : 15$$

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} \text{ のとき}$$

$$\Rightarrow a : b : c = 5 : 3 : 4$$

$$a = 5P, b = 3P, c = 4P \text{ のとき}$$

$$\Rightarrow a : b : c = 5 : 3 : 4$$

2. 一次方程式

[Q 1] $P \times 3l - P \times 2l - V \times 6l = 0$ のとき、 V を P を用いて表せ。
ただし、 V が未知数(求めたい数)、 P 、 l は既知数(わかっている数)とする。

Point

- ① 未知数(求めたい数)と既知数(わかっている数)を見極める。未知数をマーカーするのも有効。
- ② すべての項に共通する文字を消す。
- ③ 未知数を左辺に集め、既知数を右辺に集める。

[解答] $P \times 3l - P \times 2l - \underline{V} \times 6l = 0$
未知数 ← Point ①

$$\Rightarrow \underline{3Pl - 2Pl} - V \times 6l = 0$$

まとめる

$$\Rightarrow Pl - V \times 6l = 0$$

Point ② すべての項に共通する文字 l を消すために、すべてを l で割る。

$$\frac{Pl}{\cancel{l}} - \frac{V \times 6\cancel{l}}{\cancel{l}} = \frac{0}{l} \Rightarrow P - 6V = 0$$

Point ③ 未知数を左辺に集め、既知数を右辺に集める。

$$-6V = -P \leftarrow$$

$$\Rightarrow 6V = P \leftarrow \text{両辺に「-1」をかけているのと同じ。}$$

両辺を 6 で割って、

$$\frac{6V}{6} = \frac{P}{6} \Rightarrow \underline{V = \frac{1}{6}P}$$

← P を左辺から右辺に移行するときは、符号を逆にする

$$\begin{array}{l} (P) - 6V = 0 \\ -6V = \underline{-(P)} \end{array}$$
 これは、両辺に「 $-P$ 」を加えているのと同じ。
 $(P - 6V) - P = 0 - P$

[Q 2] $V \times 4l - 2P \times 3l = 0$ のとき、 V を P を用いて表せ。

[Q 3] $-\frac{3}{2}P \times 5l - \frac{2}{3}V \times 2l = 0$ のとき、 V を P を用いて表せ。

[Q 4] $P \times 2l - V \times \frac{l}{2} - 3P \times \frac{l}{3} = 0$ のとき、 V を P を用いて表せ。

[Q 5] $\frac{3}{2}Vl + Vl - 35Pl = 0$ のとき、 V を P を用いて表せ。

〔解答〕

$$[A2] \quad V \times 4l - 2P \times 3l = 0$$

$$\begin{array}{l} 4Vl - 6Pl = 0 \\ 4V = 6P \end{array} \left. \begin{array}{l} \leftarrow [-6P] \text{を右辺にもってくと符号が逆になる。} \\ \leftarrow [V = \bigcirc P] \text{にするために両辺を4で割る。} \end{array} \right\}$$

$$\frac{4V}{4} = \frac{6P}{4}$$

$$V = \frac{3}{2}P$$

$$[A3] \quad -\frac{3}{2}P \times 5l - \frac{2}{3}V \times 2l = 0 \Rightarrow -\frac{3 \times 5}{2}Pl - \frac{2 \times 2}{3}Vl = 0$$

$$-\frac{15}{2}Pl - \frac{4}{3}Vl = 0 \left. \begin{array}{l} \leftarrow [-\frac{15}{2}Pl] \text{を右辺にもってくと符号が逆になる。} \\ \leftarrow \text{両辺に} (-1) \text{をかけている。} \end{array} \right\}$$

$$-\frac{4}{3}V = \frac{15}{2}P$$

$$\frac{4}{3}V = -\frac{15}{2}P$$

$$V = -\frac{15}{2}P \times \frac{3}{4}$$

$$V = -\frac{45}{8}P$$

$$[A4] \quad P \times 2l - V \times \frac{l}{2} - 3P \times \frac{l}{3} = 0$$

$$\underbrace{2Pl - \frac{1}{2}Vl - Pl}_{\text{まとめる}} = 0$$

$$Pl - \frac{1}{2}Vl = 0$$

$$-\frac{1}{2}V = -P$$

$$\frac{1}{2}V = P$$

$$V = 2P$$

$$[A5] \quad \frac{3}{2}Vl + Vl - 35Pl = 0$$

$$\left(\frac{3}{2} + 1\right)Vl - 35Pl = 0$$

$$\left(\frac{3}{2} + \frac{2}{2}\right)Vl - 35Pl = 0$$

$$\frac{5}{2}Vl - 35Pl = 0$$

$$\frac{5}{2}V = 35P$$

$$V = 35P \times \frac{2}{5} = 14P$$

3. 連立方程式

$$[Q1] \quad \begin{cases} 3Vl + Hl = 35Pl \\ 2Vl - Hl = 0 \end{cases}$$

のとき、 V と H を P を用いて表せ。

(V と H が未知数、 P と l が既知数)

〔解答〕 まずは、2式それぞれ、すべての項に共通する l を消去する。

$$\begin{cases} 3V + H = 35P & \cdots \cdots ① \\ 2V - H = 0 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

V と H の連立方程式を解くためには、片方(ここでは H)を消去して、残った片方(ここでは V)だけの式にして解く。

具体的には、次の(1)と(2)の2通りがある。

解法 (1) ②の式から H を求め、その値を①の H へ代入して V だけの式にして

V を求める方法

$$②の式から -H = -2V \Rightarrow H = 2V$$

これを①の H に代入して、 V だけの式をつくる。

$$3V + (2V) = 35P$$

$$\Rightarrow 5V = 35P \quad \therefore V = 7P$$

これを②に代入して

$$2 \times (7P) - H = 0$$

$$\Rightarrow 14P - H = 0$$

$$\Rightarrow -H = -14P \Rightarrow H = 14P \quad \text{したがって、} \begin{cases} V = 7P \\ H = 14P \end{cases}$$

解法 (2) ①式と②式の左辺どうし、右辺どうしを足すことで、 V だけの式を

つくる方法

$$3V + H = 35P \quad \cdots \cdots ①$$

$$+) 2V - H = 0 \quad \cdots \cdots ②$$

$$\hline 5V = 35P \quad \cdots \cdots ① + ②$$

したがって、 $V = 7P$

これを②に代入して、(1)と同様に $H = 14P$

なお、この方法は、

$A = B$ 及び

$C = D$ が成り立つとき、

$(A + C) = (B + D)$ が成り立つことを利用している。

$$[Q2] \quad \begin{cases} 3V + 2H = 12P & \cdots \cdots ① \\ 4V - 3H = -P & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

のとき、 V と H を P を用いて表せ。

(V と H が未知数、 P が既知数)

[解答]

解法 (1) ②の式から H を求め、その値を①の H へ代入して V だけの式にして

V を求める方法

$$\left. \begin{array}{l} 4V - 3H = -P \quad (②) \\ -3H = -4V - P \\ 3H = 4V + P \\ H = \frac{1}{3}(4V + P) \end{array} \right\} \text{②を} H = \bigcirc \text{の式にする。}$$

これを①の H に代入して、 V だけの式をつくる。

$$\begin{array}{l} 3V + 2 \times \frac{1}{3}(4V + P) = 12P \\ 9V + 2(4V + P) = 36P \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{すべての項に3をかける。}$$

$$9V + 8V + 2P = 36P$$

$$17V = 34P \quad \therefore V = 2P$$

これを②に代入して

$$4 \times (2P) - 3H = -P$$

$$8P - 3H = -P$$

$$-3H = -9P$$

$$\therefore H = 3P \quad \text{したがって、} \begin{cases} V = 2P \\ H = 3P \end{cases}$$

解法 (2) ①式と②式の左辺どうし、右辺どうしを足して、 V だけの式をつくるためには、①全体を3倍、②全体を2倍して、ともに $6H$ にすれば H が消える。

$$\begin{array}{l} \begin{cases} 3V + 2H = 12P \cdots ① \\ 4V - 3H = -P \cdots ② \end{cases} \xrightarrow[\text{全体を}]{\times 3} \begin{array}{l} 9V + 6H = 36P \cdots ①' \\ +) 8V - 6H = -2P \cdots ②' \\ \hline 17V = 34P \cdots ①' + ②' \end{array} \end{array}$$

したがって、 $V = 2P$

(1)と同様に、 $H = 3P$

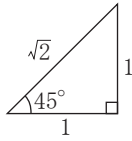


2と3の最小公倍数が6

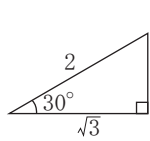
4. 三角比

〔直角三角形の辺の比〕

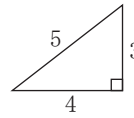
〔1 : 1 : $\sqrt{2}$ 〕



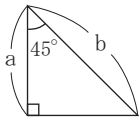
〔2 : 1 : $\sqrt{3}$ 〕



〔3 : 4 : 5〕

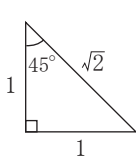


〔Q 1〕

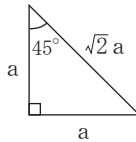


b を a を用いて表せ。

〔解答〕



すべてを
a 倍すると



したがって、 $b = \sqrt{2} a$

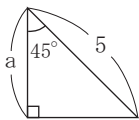
別解) 「(内項の積) = (外項の積)」を使う。

$$a : b = 1 : \sqrt{2} \Rightarrow b \times 1 = a \times \sqrt{2}$$

内項の積
 $b \times 1$
したがって、 $b = \sqrt{2} a$

外項の積
 $a \times \sqrt{2}$

〔Q 2〕



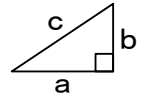
a の長さを求めよ。

〔解答〕

〔方針〕 45° の直角三角形の辺の比〔1 : 1 : $\sqrt{2}$ 〕の「 $\sqrt{2}$ 」の部分が 5 であると問題で示されている。また、a は「1」の部分に該当する。

まず、5 に該当する「 $\sqrt{2}$ 」を 1 にすると計算がラクになるため、辺の比を $\left[\frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{1}{\sqrt{2}} : 1 \right]$ に変換する。変換後の「1」が 5 であるため、辺の長さは $\frac{5}{\sqrt{2}}$ 、 $\frac{5}{\sqrt{2}}$ 、5 となる。

ピタゴラスの定理

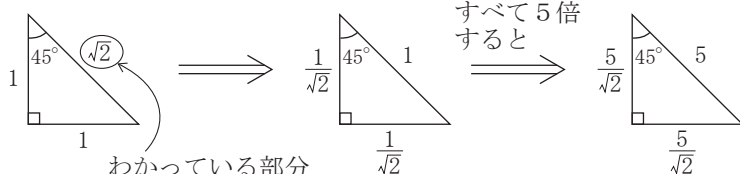


$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$



だったら ?



すべて5倍
すると

わかっている部分
すなわち5に該当する
部分の $\sqrt{2}$ を1にする。
つまり、全体を $\sqrt{2}$ で割る。

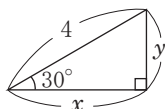
したがって、 $a = \frac{5}{\sqrt{2}}$

別解) $a : 5 = 1 : \sqrt{2}$

$$\sqrt{2} a = 5$$

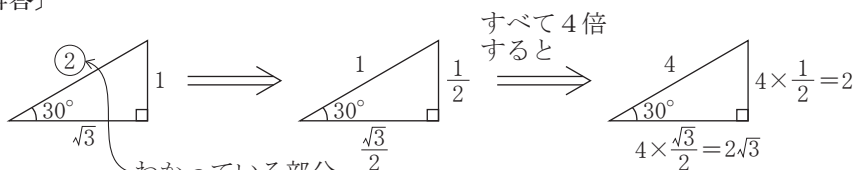
$$a = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

[Q 3]



x, y の長さを求めよ。

[解答]



すべて4倍
すると

わかっている部分
すなわち4に該当する
部分の2を1にする。
つまり、それぞれの辺を2で割る。

したがって、
$$\begin{cases} x = 2\sqrt{3} \\ y = 2 \end{cases}$$

別解) $x : 4 = \sqrt{3} : 2$

$$2x = 4\sqrt{3}$$

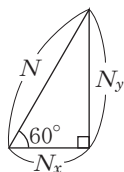
$$x = 2\sqrt{3}$$

$y : 4 = 1 : 2$

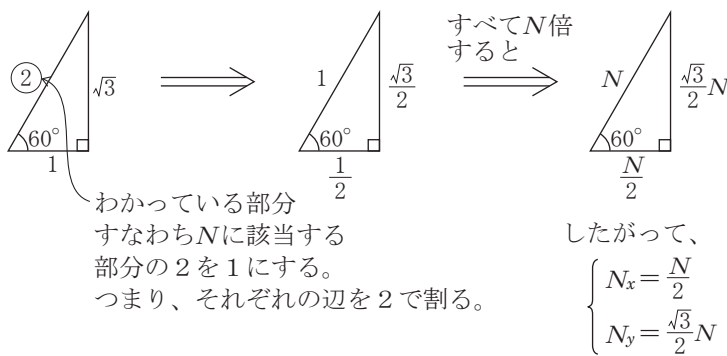
$$2y = 4$$

$$y = 2$$

[Q 4]

 N_x 、 N_y を N を用いて表せ。

〔解答〕



5. 分母の有理化

「分母の有理化」とは、分母に $\sqrt{\quad}$ を含まないようにすること。

$$\frac{4P}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}P}{2} = 2\sqrt{2}P$$

これを「分母の有理化」という。

分母の $\sqrt{2}$ の $\sqrt{\quad}$ を取るためには、分子と分母の両方に $\sqrt{2}$ をかける。

$$\frac{4P}{\sqrt{2}} = \frac{4P}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4P \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}P}{2} = 2\sqrt{2}P$$

↑
これは1

[Q 1] $\frac{2P}{3\sqrt{3}}$ の分母を有理化せよ。

[Q 2] $\frac{2P}{\sqrt{2}}$ の分母を有理化せよ。

〔解答〕

$$[A 1] \quad \frac{2P}{3\sqrt{3}} = \frac{2P}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}P}{3 \times \underbrace{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}_{=3}} = \frac{2\sqrt{3}P}{9}$$

$$[A 2] \quad \frac{2P}{\sqrt{2}} = \frac{2P}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}P}{2} = \sqrt{2}P$$

6. 単位の換算

[Q 1] 300cm^4 を mm^4 で表せ。

[Q 2] 300mm^4 を cm^4 で表せ。

[Q 3] $200,000\text{N}\cdot\text{mm}$ を $\text{kN}\cdot\text{m}$ で表せ。

[解答]

[A 1] まずは 1cm が何 mm なのかを考える。

$1\text{cm} = 10\text{mm}$ なので、両辺を 4 乗して

$$(1\text{cm})^4 = (10\text{mm})^4 \Rightarrow 1^4\text{cm}^4 = 10^4\text{mm}^4 \Rightarrow \underline{1\text{cm}^4 = 10^4\text{mm}^4}$$

したがって、 $300\text{cm}^4 = 300 \times \underline{10^4\text{mm}^4}$

$$= 3 \times 10^2 \times 10^4\text{mm}^4 = 3 \times 10^6\text{mm}^4$$

[A 2] まずは 1mm が何 cm なのかを考える。

$1\text{cm} = 10\text{mm}$ なので、両辺を 10 で割って、右辺、左辺を逆転して

$$1\text{mm} = 10^{-1}\text{cm}$$

両辺を 4 乗して

$$(1\text{mm})^4 = (10^{-1}\text{cm})^4 \Rightarrow 1^4\text{mm}^4 = (10^{-1})^4\text{cm}^4 \Rightarrow \underline{1\text{mm}^4 = 10^{-4}\text{cm}^4}$$

したがって、 $300\text{mm}^4 = 300 \times \underline{10^{-4}\text{cm}^4}$

$$= 3 \times 10^2 \times 10^{-4}\text{cm}^4 = 3 \times 10^{-2}\text{cm}^4 (= 0.03\text{cm}^4)$$

[A 3] まずは 1N が何 kN で、 1mm が何 m なのかを考える。

$1\text{kN} = 1,000\text{N}$ なので、両辺に 10^{-3} ($= \frac{1}{1,000}$) をかけ、

右辺、左辺を逆転して $\underline{1\text{N} = 10^{-3}\text{kN}}$

$1\text{m} = 1,000\text{mm}$ なので、両辺に 10^{-3} ($= \frac{1}{1,000}$) をかけ、

右辺、左辺を逆転して $\underline{1\text{mm} = 10^{-3}\text{m}}$

したがって、 $200,000\text{N}\cdot\text{mm} = 2 \times 10^5 \underline{\text{N}\cdot\text{mm}}$

$$= 2 \times 10^5 \times \underline{10^{-3}\text{kN} \times 10^{-3}\text{m}}$$

$$= 2 \times 10^{-1}\text{kN}\cdot\text{m} (= 0.2\text{kN}\cdot\text{m})$$



$(1\text{cm})^4$ を求める際、
数値 (1) も 4 乗され、
単位 (cm) も 4 乗される。
したがって、
 $(1\text{cm})^4 = 1^4\text{cm}^4$



$$10^{-1} = \frac{1}{10}$$

$$10^{-4} = \frac{1}{10,000}$$



$$(10^{-1})^4$$

$$= 10^{-1} \times 10^{-1} \times 10^{-1} \times 10^{-1}$$

$$= \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$$




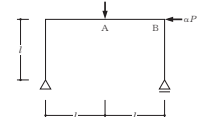
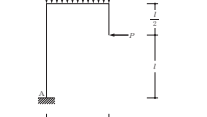
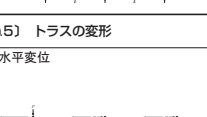
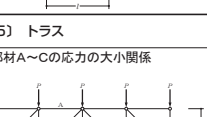
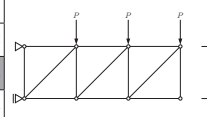
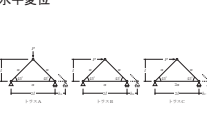
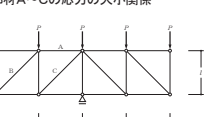
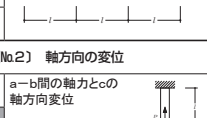
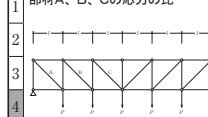
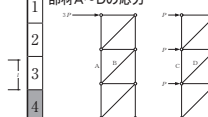
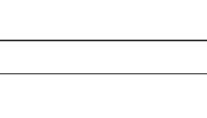
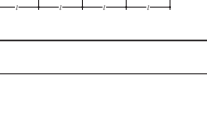
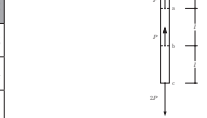
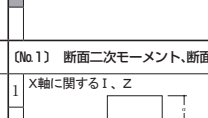
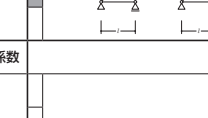

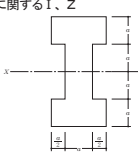

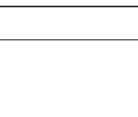
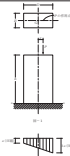
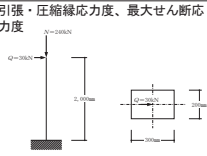
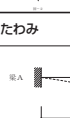
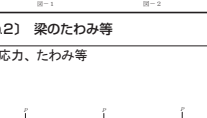
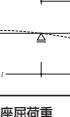
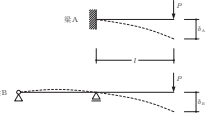
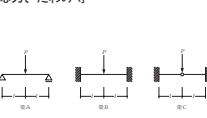
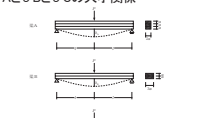
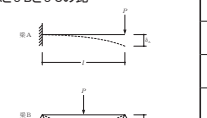
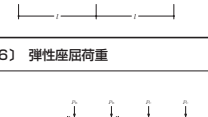
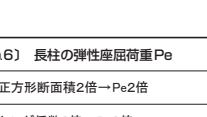
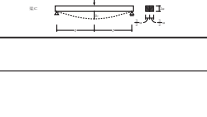
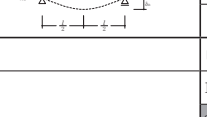
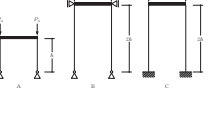
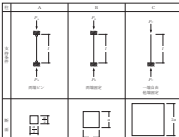
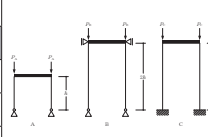
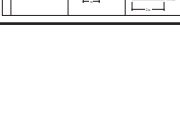



$$= \frac{1}{10^4} = 10^{-4}$$

第 1 章

建築物に働く力

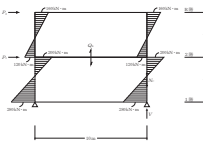
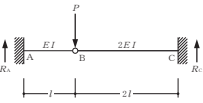
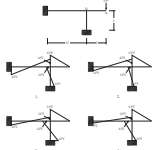
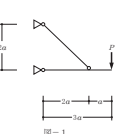
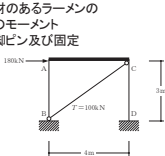
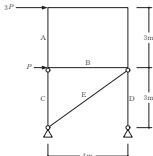
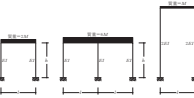
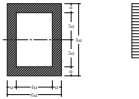
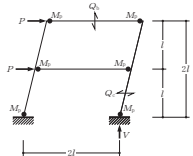
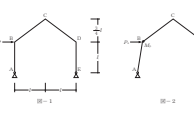
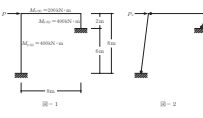
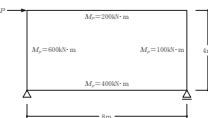
第1章～第4章（構造力学）の出題内容一覧

| | H28(2016)年 | H29(2017)年 | H30(2018)年 | R01(2019)年 | R02(2020)年 |
|------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| 第1章 建築物に働く力 | | | (No.6) 転倒モーメント 1 浮き上がり始めるときのF 2 3 4 | (No.6) 静定構造 1 2 3 4 | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| 第2章 静定構造物の応力 | | (No.3) 静定構造物の応力 1 曲げモーメント図 2 3 4 | (No.3) スリーヒンジラーメン 1 A点の曲げモーメント 2 3 4 | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| 第3章 部材の性質と応力度 | (No.5) トラス 1 AB材の応力 2 3 4 | (No.5) トラス 1 AB材の応力 2 3 4 | (No.5) トラス 1 部材A、Bの応力 2 3 4 | (No.5) トラス 1 AB材の軸力 2 3 4 | (No.5) トラス 1 部材A、Bの応力 2 3 4 |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | (No.1) 緑応力度 1 引張緑応力度と圧縮緑応力度 2 3 4 | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | (No.2) 梁のたわみ 1 δ_A と δ_B の比 2 3 4 | (No.2) 梁のたわみ 1 δ_A と δ_B の比 2 3 4 | (No.2) 梁のたわみ 1 2 3 4 | (No.2) 梁のたわみ 1 δ_A と δ_B と δ_C の比 2 3 4 | (No.2) 梁のたわみ 1 反力 R_A と R_B の比 2 3 4 |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | (No.8) 長柱の弾性座屈荷重 P_e 1 P_e :両端ピン・両端固定 2 P_e :柱頭自由・柱頭水平移動拘束 3 P_e :ヤング係数に比例する 4 P_e :断面二次モーメントに比例する | (No.6) 弾性座屈荷重 1 2 3 4 | | | (No.6) 弾性座屈荷重 1 2 3 4 |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

| | R03 (2021)年 | R04 (2022)年 | R05 (2023)年 | R06 (2024)年 | R07 (2025)年 |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| 建築物に働く力 | | | (No.6) 静定構造 | | |
| | | | 1  | | |
| | | | 2  | | |
| | | | 3  | | |
| 静定構造物の応力 | (No.3) 静定構造物の応力 | (No.3) 静定構造物の応力 | | | |
| | 1 A点の曲げモーメントが0 | 1 A点の曲げモーメント | | | |
| | 2  | 2  | | | |
| | 3  | 3  | | | |
| 静定トラス | (No.5) トラスの変形 | (No.5) トラス | (No.5) トラスの崩壊荷重 | (No.5) トラス | (No.5) トラス |
| | 1 水平変位 | 1 部材A～Cの応力の大小関係 | 1  | 1 部材A、B、Cの応力の比 | 1 部材A～Dの応力 |
| | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  |
| | 3  | 3  | 3  | 3  | 3  |
| 断面・応力度 | | | (No.2) 軸方向の変位 | (No.1) 断面二次モーメント、断面係数 | |
| | | | 1 a～b間の軸力とcの軸方向変位 | 1 X軸に関するI、Z | |
| | | | 2  | 2  | |
| | | | 3  | 3  | |
| 緑応力度 | (No.1) 緑応力度 | | | | (No.1) 緑応力度 |
| | 1 引張・圧縮緑応力度、最大せん断応力度 | | | | 1  |
| | 2  | | | | 2  |
| | 3  | | | | 3  |
| 梁の変形 | (No.2) 梁のたわみ等 | (No.2) 梁のたわみ | (No.1) 梁のたわみ | | (No.2) 梁のたわみ |
| | 1 応力、たわみ等 | 1 δAとδBとδCの大小関係 | 1 δAとδBとδCの比 | | 1  |
| | 2  | 2  | 2  | | 2  |
| | 3  | 3  | 3  | | 3  |
| 座屈 | (No.6) 長柱の弾性座屈荷重Pe | | | (No.6) 弾性座屈荷重 | (No.6) 弾性座屈荷重 |
| | 1 正方形断面積2倍→Pe2倍 | | | 1  | 1  |
| | 2 ヤング係数2倍→Pe2倍 | | | 2  | 2  |
| | 3 Pe：両端ピン>一端自由他端固定 | | | 3  | 3  |

第1章～第4章（構造力学）の出題内容一覧

| | 第4章 不特定構造物 | | | |
|---|----------------------|-------------|----------------------|-------------------------------|
| | H28(2016)年 | H29(2017)年 | H30(2018)年 | R01(2019)年 |
| | | | (No.4) 不特定ラーメンの応力 | (No.4) ラーメンの層間変位 |
| 1 | | | 1 | 1 各階の水平剛性Kと2Kのときの層間変位の比 |
| 2 | | | 2 | 2 |
| 3 | | | 3 | 3 |
| 4 | | | 4 | 4 |
| | | | | (No.3) 分配モーメントと到達モーメント |
| 1 | | | | 1 |
| 2 | | | | 2 |
| 3 | | | | 3 |
| 4 | | | | 4 |
| | (No.3) 合成骨組 | | | |
| 1 | 1 斜材のあるラーメンの柱のモーメント | | | |
| 2 | 2 | | | |
| 3 | 3 | | | |
| 4 | 4 | | | |
| | (No.6) 固有周期の大小比較 | | | |
| 1 | 1 固有周期Tと応答せん断力Qの大小関係 | | | |
| 2 | 2 | | | |
| 3 | 3 | | | |
| 4 | 4 | | | |
| | (No.1) 全塑性モーメント | | (No.1) 全塑性モーメント | (No.1) 全塑性モーメント |
| 1 | 1 図のような応力分布の全塑性時のPとQ | | 1 図のような応力分布の全塑性時のNとM | 1 降伏開始曲げモーメントと全塑性モーメントの中立軸の位置 |
| 2 | 2 | | 2 | 2 |
| 3 | 3 | | 3 | 3 |
| 4 | 4 | | 4 | 4 |
| | (No.4) 崩壊荷重 | (No.4) 崩壊荷重 | | (No.4) 崩壊荷重 |
| 1 | 1 | 1 | | 1 |
| 2 | 2 | 2 | | 2 |
| 3 | 3 | 3 | | 3 |
| 4 | 4 | 4 | | 4 |

| | R03 (2021)年 | R04 (2022)年 | R05 (2023)年 | R06 (2024)年 | R07 (2025)年 |
|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 不 静 定 構 造 物 の 応 力 と 変 形 | | | (No.4) 不静定ラーメンの応力 | (No.2) 不静定ばりの反力 | |
| | | | 1 2 3 4  | 1 2 3 4  | |
| | | | | (No.3) 分配モーメントと到達モーメント | |
| | | | | 1 2 3 4  | |
| 合 成 骨 組 | | (No.6) 合成骨組 | | (No.4) 合成骨組 | (No.4) 合成骨組 |
| | | 1 2 3 4  図-1 | | 1 2 3 4  斜材のあるラーメンの柱のモーメント 柱脚ピン及び固定 | 1 2 3 4  |
| | | | | | |
| | | | | | |
| 固 有 周 期 | | (No.7) 固有周期の大小比較 | | | |
| | | 1 2 3 4  固有周期Tの大小関係 | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| 全 塑 性 モ ー メ ン ト | | (No.1) 全塑性モーメント | | | |
| | | 1 2 3 4  図-1 断面形状 | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| 崩 壊 荷 重 | (No.4) 崩壊荷重 | (No.4) 崩壊荷重 | (No.3) 崩壊荷重 | | (No.3) 崩壊荷重 |
| | 1 2 3 4  | 1 2 3 4  | 1 2 3 4  | | 1 2 3 4  |
| | | | | | |
| | | | | | |

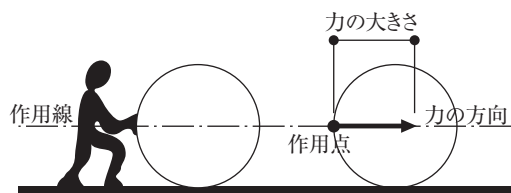
第 1 節 力のつり合い

1. 力及びモーメント

1 力の3要素

物体を押したり、引いたりすると物体には力が作用して移動する。その力を表すものに、力の**大きさ**、力の**方向**、力の**作用点**（力が作用する点）があり、これらを力の3要素という。

力の単位として、N（ニュートン）、kN（キロニュートン）が使われる。



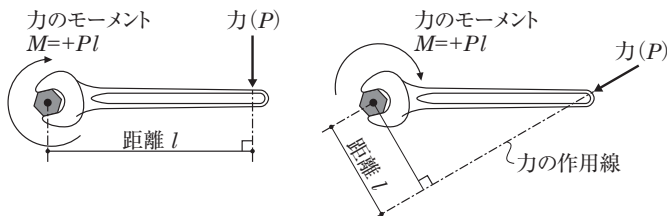
力の3要素

2 モーメント

モーメントとは、ある点を中心として力が回転を起こす働きのことをいい、記号 M で表す。モーメントは、力に距離を乗じて求める、距離の取り方は図のように力の作用線に垂線を下した最短距離とする。

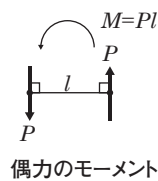
$$\text{モーメント } M = \text{力} \times \text{距離} \quad (\text{力の作用線に下した垂線の長さ})$$

モーメントの単位として、N・mm、kN・m などが使われる。



3 偶力のモーメント

偶力とは、力の作用線が平行で、力の大きさが等しく、向きが反対の一对の力のことである。偶力のモーメントの大きさはどの点（任意の点）においても一定であり、力に2力間の垂直距離を乗じて求める。

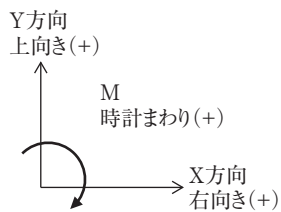


$$\text{偶力のモーメント } M = \text{力} \times 2 \text{ 力間の垂直距離}$$

4 力及びモーメントの符号

本書では、後述する力のつり合い条件式を用いて反力や応力を計算するときに、力及びモーメントの正の方向を右図のように仮定する。

すなわち、水平方向（X方向）は右向き、鉛直方向（Y方向）は上向き、モーメントは時計回りを、それぞれ正（+）の方向とする。



2. 力のつり合い

1 力のつり合い条件式

物体にいくつかの力が作用しているとき、その物体が移動も回転もしないで静止状態であれば、これらの力は「つり合っている」という。

力がつり合って物体が静止しているとき、X方向の力を全て足したときに0となり、Y方向の力を全て足したときに0となり、回転させようとするモーメントを全て足したときに0になる。

例えば、地面に置かれた物体に右向きの力P（+の向き）が作用し、地面から同じ大きさPで左向き（-の向き）の力を受けたときに、X方向の力の合計は、 $+P - P = 0$ となり、つり合っている。

力がつり合っているときに、次の3つの力のつり合い条件式が成立する。

- $\Sigma X = 0$ X方向の力の総和が0
 - $\Sigma Y = 0$ Y方向の力の総和が0
 - $\Sigma M = 0$ 任意の点で、モーメントの総和が0

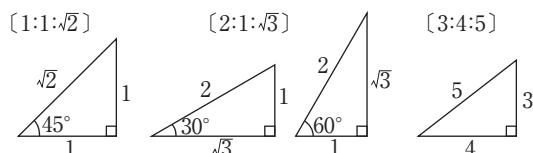
つり合い条件式のうち、 $\Sigma M = 0$ は、回転の中心をどの点に選んでも必ず成り立つ。

「 Σ 」は、全ての数を足すという記号で、シグマと読む。

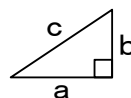
2 力の分解

力のつり合い条件式 $\Sigma X = 0$ 、 $\Sigma Y = 0$ を使用するとき、例えば、力が斜め方向に作用している場合や、部材が斜めになっている場合には、力の向きや部材に生じる力を計算するときに、 XY 方向に分解してから力のつり合い条件式 $\Sigma X = 0$ 、 $\Sigma Y = 0$ を用いる。

試験では、主に以下に示す直角三角形が出題される。



ピタゴラスの定理

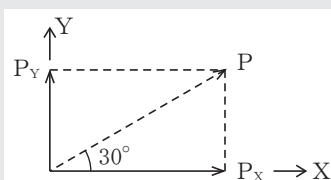


$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

【例題1】

X 軸に対して 30° の角度で力 P が作用するとき、 P を XY 方向に分解した力 P_X 、 P_Y を求めよ。

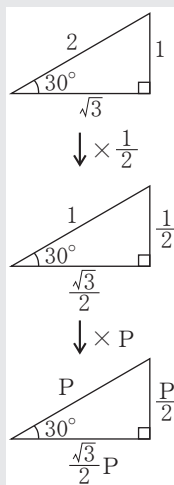


【解答】

30° を含む直角三角形の比は、図に示すとおり $1 : 2 : \sqrt{3}$ になる。全ての辺の長さを $\frac{1}{2}$ 倍して、力 P の辺の比 2 を 1 にする。次に全ての辺の長さを P 倍すると、 P_X 、 P_Y を求めることができる。

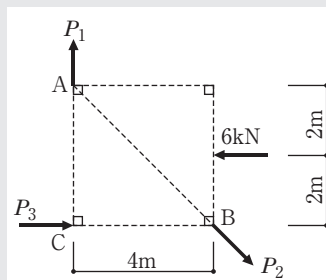
$$P_X = \frac{\sqrt{3}}{2} P$$

$$P_Y = \frac{1}{2} P$$



【例題2】

図のように、4つの力 ($P_1 \sim P_3$ 及び 6 kN) がつり合っているとき、 $P_1 \sim P_3$ の値を求めよ。



【解答】

任意の点で $\Sigma M = 0$ であるので、図のA点についてモーメントの和が0であることから P_3 を求める。これは、 P_1 、 P_2 の作用線上にあるA点では、距離が0になる P_1 、 P_2 のモーメントが生じないからである。

$\Sigma M_A = 0$ より、 P_3 を求める。

$$(P_1 \times 0) + (6 \text{ kN} \times 2 \text{ m}) + (P_2 \times 0) - (P_3 \times 4 \text{ m}) = 0$$

$$12 - 4P_3 = 0$$

$$\therefore P_3 = 3 \text{ kN}$$

P_2 をXYの分力 ($P_{2x} = P_{2y} = \frac{P_2}{\sqrt{2}}$) に分けて、つり合いを考える。

$\Sigma X = 0$ より、

$$P_3 - 6 + \frac{P_2}{\sqrt{2}} = 0$$

$$3 - 6 + \frac{P_2}{\sqrt{2}} = 0$$

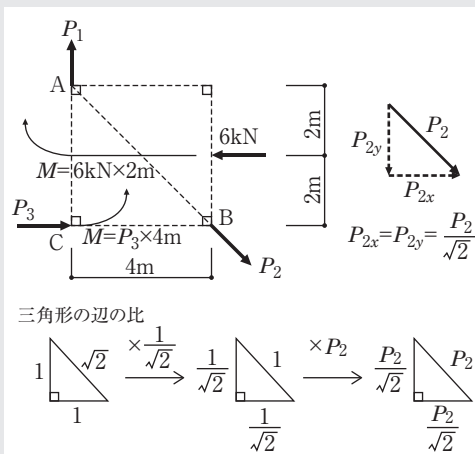
$$\therefore P_2 = 3\sqrt{2} \text{ kN}$$

$\Sigma Y = 0$ より、

$$P_1 - \frac{P_2}{\sqrt{2}} = 0$$

$$P_1 - \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\therefore P_1 = 3 \text{ kN}$$



【別解】

$P_1 \sim P_3$ の値を全て $\Sigma M = 0$ よりを求める。

(1) P_1 を求める。

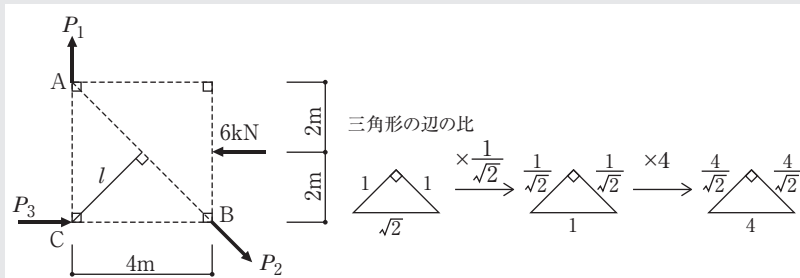
$\Sigma M_B = 0$ より

$$(P_1 \times 4 \text{ m}) - (6 \text{ kN} \times 2 \text{ m}) = 0 \quad \therefore P_1 = 3 \text{ kN}$$

(2) P_2 を求める。

$\Sigma M_C = 0$ より P_2 を求めるために、C 点から P_2 の作用線までの距

離 l を求めると、図より $l = \frac{4}{\sqrt{2}} \text{ m}$ となる。



$\Sigma M_C = 0$ より

$$(P_2 \times \frac{4}{\sqrt{2}} \text{ m}) - (6 \text{ kN} \times 2 \text{ m}) = 0$$

$$\frac{4}{\sqrt{2}} P_2 - 12 = 0 \quad \therefore P_2 = 3\sqrt{2} \text{ kN}$$

(3) P_3 を求める。

$\Sigma M_A = 0$ より

$$(6 \text{ kN} \times 2 \text{ m}) - (P_3 \times 4 \text{ m}) = 0 \quad \therefore P_3 = 3 \text{ kN}$$

第 2 節 不安定・安定

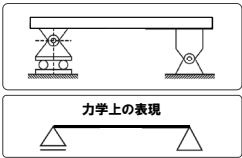
1. 支点と節点

1 支点

支点とは構造物を支えている点をいい、その点において、構造物を支えている力を反力という。支点は、次の3種類に分けることができる。

- 移動支点（ピンローラー）は、鉛直反力 V のみ生じる。
- 回転支点（ピン）は、鉛直反力 V と水平反力 H の2つの反力が生じる。
- 固定端（フィックス）は、鉛直反力 V 、水平反力 H 、モーメント反力 M の3つの反力が生じる。

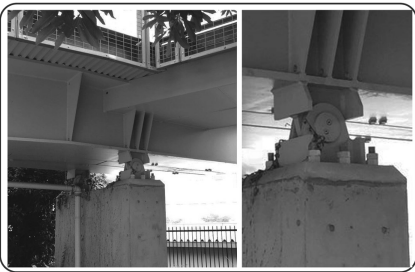
| | 移動支点 (ピンローラー) | 回転支点 (ピン又はヒンジ) | 固定端 (フィックス) |
|-------|-------------------|--------------------------|-----------------------------------------------|
| 支点 | | | |
| 記号 | 〔Oをつけないことも多い〕 | 〔Oをつけないことも多い〕 | |
| 反力の種類 | V : 鉛直反力 | V : 鉛直反力 H : 水平反力 | V : 鉛直反力 H : 水平反力 M : モーメント(回転)反力 |
| 反力数 | 1 | 2 | 3 |



ピンローラーの実例



ピンの実例



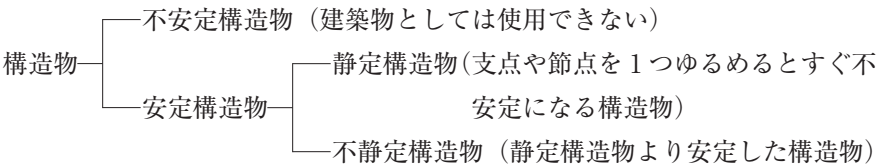
2 節点

節点とは、梁と柱など部材と部材を接合している点で、次の2つがある。滑節点（ピン又はヒンジ）は自由に回転する節点で、鉛直方向、水平方向の力を伝達する。剛節点は回転が拘束されている節点で、鉛直方向、水平方向の力、モーメントを伝達することができる。

| 節点 | 滑節点（ピン節点又はピン接合） | 剛接合（剛節点） |
|------|-----------------|--------------------|
| | | |
| 記号 | ラーメン | |
| 力の伝達 | 鉛直方向、水平方向の2つ | 鉛直方向、水平方向、モーメントの3つ |

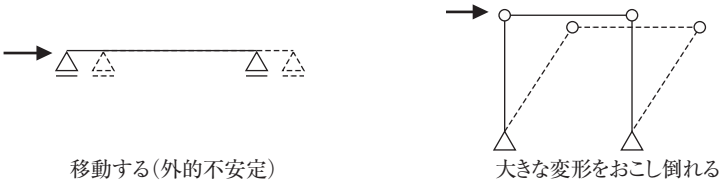
2. 不安定・安定

構造物には微小な力により移動したり、倒壊する不安定な構造物（不安定構造物）と安定した構造物（安定構造物）に分けられる。安定構造物はさらに不安定になりやすい静定構造物と静定構造物より丈夫な不静定構造物に分けることができる。

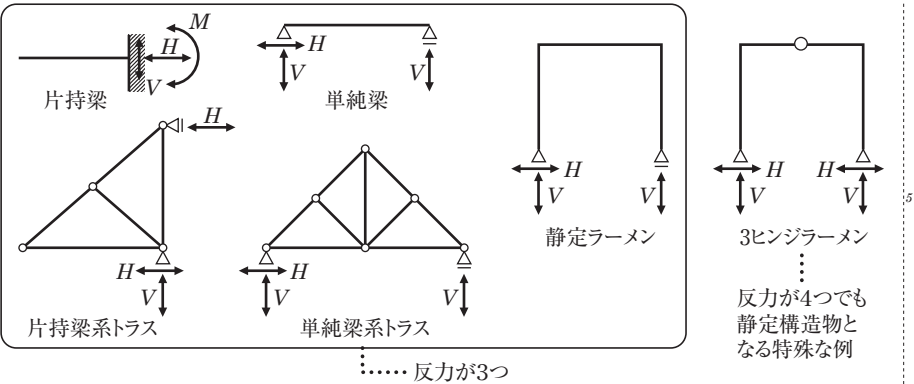


1 不安定構造物と安定構造物（静定構造物・不静定構造物）

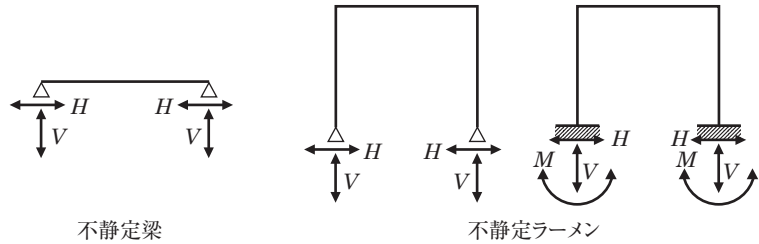
- ① 不安定構造物 —— ・外力により移動するもの
・外力により大きな変形を起こし骨組が倒れるもの



- ② 安定構造物 —— ・不安定構造物以外はすべて安定構造物になる
・外力により移動せず、変形しても倒れないもの
- (1) 静定構造物：支点や節点を1つゆるめるとすぐ不安定になる構造物。
つり合い条件だけで解けるもの。



(2) **不静定構造物**：静定構造物より丈夫な構造物（反力数 4 以上）。
つり合い条件だけでは解けないもの。



2 不安定と安定の判別式

① 判別式

構造物の不安定・安定（静定・不静定）は、判別式で判定される。

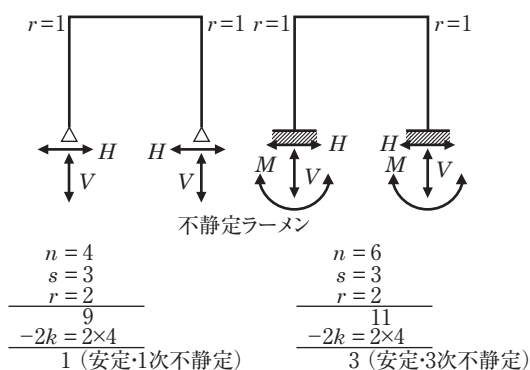
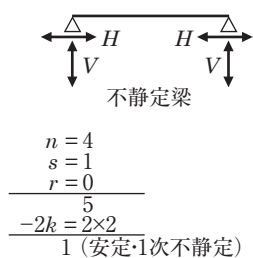
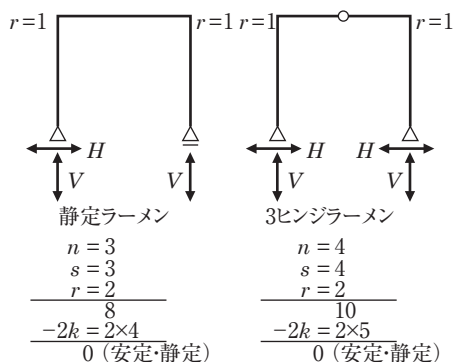
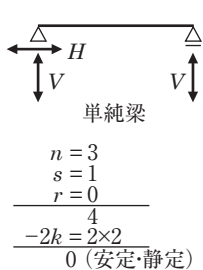
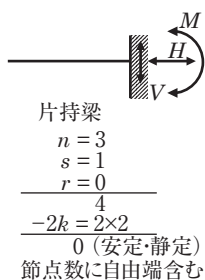
判別式 $m = (n + s + r) - 2k$

- n ：反力数
- s ：部材数
- r ：剛節点に接合されている部材数 - 1
- $2k$ ：（支点と節点の数）× 2（倍）

| | |
|---------|--------|
| $m < 0$ | 不安定 |
| $m = 0$ | 安定、静定 |
| $m > 0$ | 安定、不静定 |

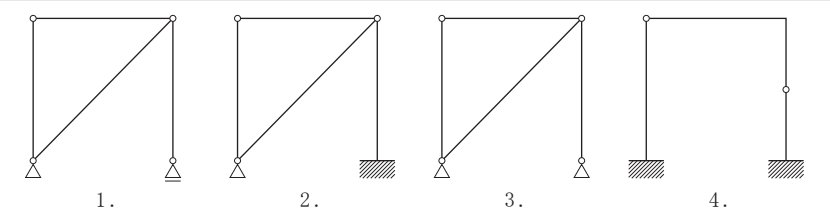
② 判別例

次に主な構造物の判別例を示す。



【例題】試験で使える簡略判別法

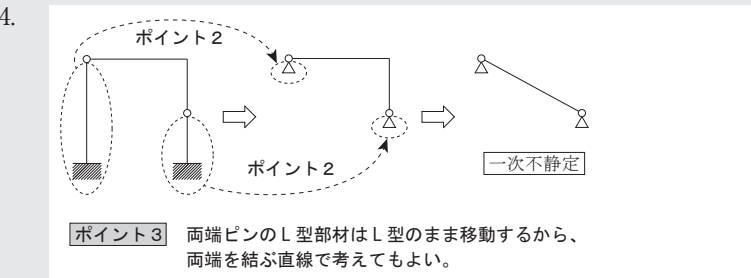
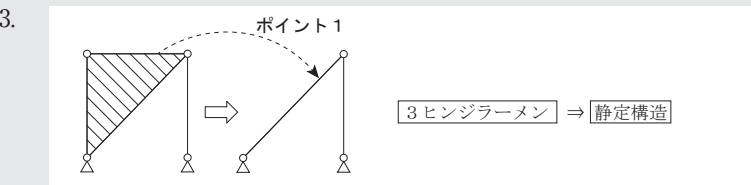
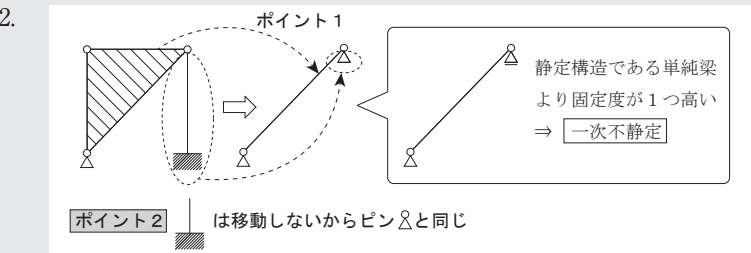
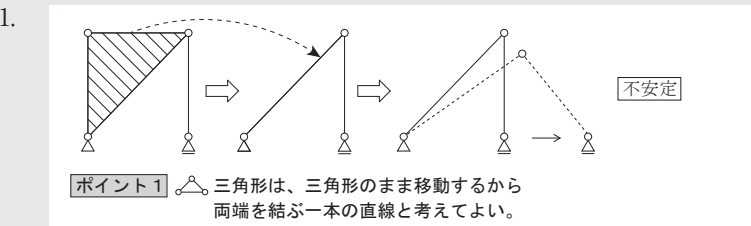
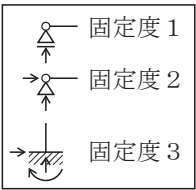
次の架構のうち、**静定構造**はどれか。



【解答】

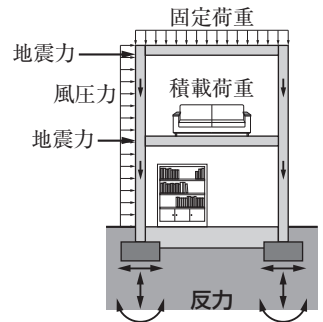
設問の骨組を次図中の 3 つのポイントに着目して**簡略化**した上で、変形を予測し、又は、**代表的な静定構造**である片持梁（片持梁系ラーメン・片持梁系トラス）、単純梁（単純梁系ラーメン・単純梁系トラス）、3 ヒンジラーメンと比較して、**静定構造・不静定構造・不安定構造**を判断する。

代表的な静定構造よりも**固定度**（反力数）が 1 高ければ一次不静定構造、固定度が 2 高ければ二次不静定構造と呼ぶ。静定構造よりも固定度が低ければ不安定構造である。



第3節 静定構造物の反力

荷重や外力に対して、つり合うために支点においては反力が生じる。したがって、反力も外力であるから、反力が求められて、初めて構造物に作用する力が判明し、各部材に生じる力（応力）を求めることができる。また、この反力を求めることを反力計算という。



1. 静定構造物の反力計算

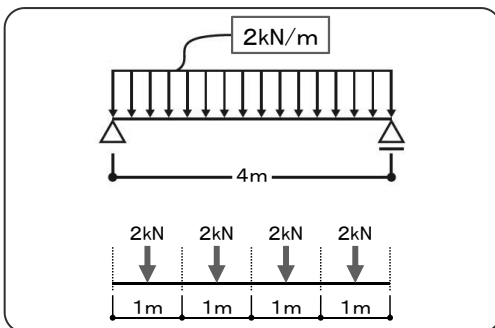
1 荷重の種類

代表的な荷重は次のようになる。

反力計算を行うときには、分布荷重は集中荷重に置き換えて、分布荷重の重心位置に集中荷重が作用すると考える。

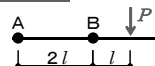
| 荷重の状態 | | 表示 | 反力計算時の取り扱い |
|---------|---------------------|----|--------------------------------------------|
| 集中荷重 | 1 点に集中して作用する荷重 | | そのまま力のつり合いを考える |
| 等分布荷重 | 同じ大きさで、一様に分布する荷重 | | 重心に作用する集中荷重に置き換える |
| 等変分布荷重 | 一定の割合で、増加又は減少する分布荷重 | | 重心に作用する集中荷重に置き換える |
| モーメント荷重 | 回転させようとする荷重 | | 荷重点の位置にかかわらず、モーメントのつり合いを考える ($\sum M=0$) |

等分布荷重



荷重点とモーメント

集中荷重 によるモーメントは、場所によって異なる。

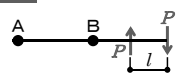


$$M_A = +3Pl$$

$$M_B = +Pl$$

作用しているのは
集中荷重[N]
モーメントは距離によって異なる

偶力 によるモーメントは、場所によらず一定。

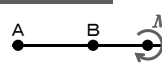


$$M_A = +Pl$$

$$M_B = +Pl$$

作用しているのは
モーメント荷重[N·m]
偶力はモーメント荷重に等しい

モーメント荷重 によるモーメントは、場所によらず一定。



$$M_A = +M$$

$$M_B = +M$$

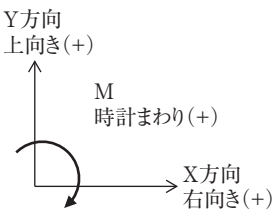
作用しているのは
モーメント荷重[N·m]
モーメント荷重に距離を掛けたりしない！

2 反力計算の手順

反力は、次の手順で求める。

① 支点に反力を仮定する

反力の向きが明らかな場合を除き、右図のプラス側に仮定する。



② 力のつり合い条件式により反力を求める

静定構造物の反力数は一般に 3 つであるから、次に示す 3 つの力のつり合い条件式より、反力を求めることができる。

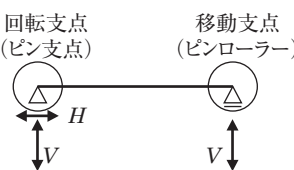
- $\Sigma X = 0$
- $\Sigma Y = 0$
- $\Sigma M = 0$ (任意の点において)

③ 反力の向きを判断する

計算した結果の反力の値が + なら仮定どおりの向きであり、- なら仮定と反対の向きである。

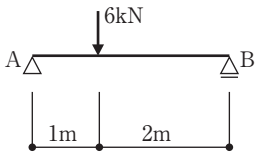
3 単純梁の反力計算

単純梁とは、回転支点（鉛直反力 V と水平反力 H ）と移動支点（鉛直反力 V ）で支持される梁で、反力の合計は 3 つになる。



【例題 1】集中荷重が作用する場合

図のような荷重を受ける単純梁の反力を求めよ。



座標軸の+と-

➡ 右向きを「+」で計算する

3kN → ← 5kN + 3kN + 2kN - 5kN = 0

2kN →

未知数を計算して求めた計算結果の+と-

式を立てるためには、左か右か向きを仮定する。

➡ 「+」は仮定した向きが正しいことを表す。

3kN → ← X + 3kN + 2kN - X = 0

2kN → ∴ X = +5kN

➡ X は仮定した向きのとおり、左向き 5kN

➡ 決して「+だから右向き 5kN」ではない。

【解答】

●支点に反力を仮定する

● H_A を求める

X 方向の荷重がないため、 $H_A = 0$

● V_B を求める

V_B は Y 方向の力であるが、 $\Sigma Y = 0$ のつり合い条件式を立てると、式中に V_A 、 V_B の2つの反力が入ってしまうため、 H_A と V_A の交点 A を回転中心として $\Sigma M_A = 0$ を計算する。

$$\Sigma M_A = 0 \text{ より } (6 \text{ kN} \times 1 \text{ m}) - (V_B \times 3 \text{ m}) = 0$$

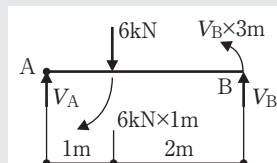
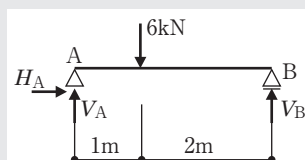
$$\therefore V_B = +2 \text{ kN} \text{ (結果が+なので仮定通り上向き)}$$

● $\Sigma Y = 0$ より、 V_A を求める

$$V_A - 6 \text{ kN} + V_B = 0$$

$$V_A - 6 \text{ kN} + 2 \text{ kN} = 0$$

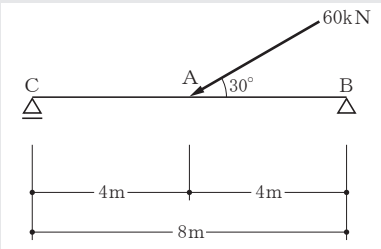
$$\therefore V_A = +4 \text{ kN} \text{ (結果が+なので仮定通り上向き)}$$



このように、まず最初に、求める反力の反対側の支点で $\Sigma M = 0$ のつり合い式を計算すると、効率よく反力が求められる。

【例題 2】 傾斜集中荷重が作用する場合

図のような荷重を受ける単純梁の反力を求めよ。



【解答】

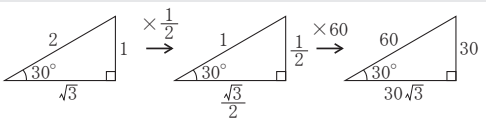
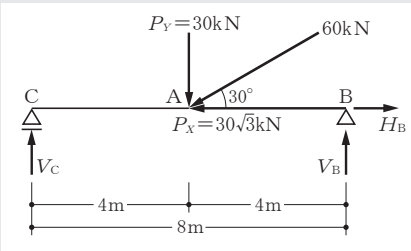
● 支点に反力を仮定する

● 傾斜集中荷重を X 、 Y 方向に分解する

X 、 Y 方向に分解した力を P_X 、 P_Y とする。 30° (60°) の直角三角形の辺の比 ($1 : 2 : \sqrt{3}$) を利用して、 P_X 、 P_Y の大きさを求める。

$P_X = 30\sqrt{3} \text{ kN}$ (左向き)

$P_Y = 30\text{kN}$ (下向き)



X 、 Y 方向に分解した力 P_X 、 P_Y は、 A 点に働くものとする。

● V_B 、 V_C を求める

鉛直反力 V_B 、 V_C は、分解した鉛直方向の力 $P_Y = 30\text{kN}$ によって生じ、 P_Y はスパンの中央に作用しているため、 V_B 、 V_C は、 P_Y の $1/2$ の値になる。

$\therefore V_B = V_C = P_Y / 2 = 30\text{kN} / 2 = +15\text{kN}$ (上向き)

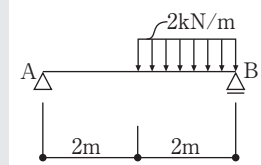
● $\Sigma X = 0$ より、 H_B を求める

$H_B - 30\sqrt{3} \text{ kN} = 0$

$\therefore H_B = +30\sqrt{3} \text{ kN}$ (右向き)

【例題3】等分布荷重が作用する場合

図のような荷重を受ける単純梁の反力を求めよ。



【解答】

- 等分布荷重を集中荷重に置き換える

$$\text{集中荷重} = 2 \text{ kN/m} \times 2 \text{ m} = 4 \text{ kN}$$

- 支点に反力を仮定する

以降は、単純梁に集中荷重が作用した場合と同様である。

- H_A を求める

X 方向の荷重がないため、 $H_A = 0$

- $\Sigma M_B = 0$ より、 V_A を求める

$$(V_A \times 4 \text{ m}) - (4 \text{ kN} \times 1 \text{ m}) = 0$$

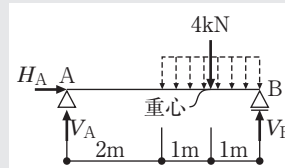
$$\therefore V_A = +1 \text{ kN} \text{ (上向き)}$$

- $\Sigma Y = 0$ より、 V_B を求める

$$V_A - 4 \text{ kN} + V_B = 0$$

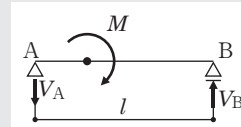
$$1 \text{ kN} - 4 \text{ kN} + V_B = 0$$

$$\therefore V_B = +3 \text{ kN} \text{ (上向き)}$$



【例題4】モーメント荷重が作用する場合

図のような荷重を受ける単純梁の反力を求めよ。



【解答】

- $\Sigma M_B = 0$ より、 V_A を求める

$$(-V_A \times l) + M = 0$$

$$\therefore V_A = +\frac{M}{l} \text{ (下向き)}$$

- $\Sigma Y = 0$ より、 V_B を求める

$$-V_A + V_B = 0$$

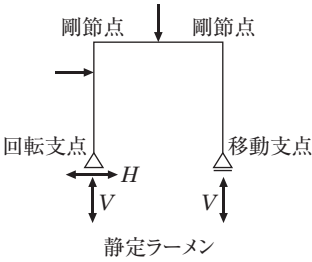
$$-\frac{M}{l} + V_B = 0$$

$$\therefore V_B = +\frac{M}{l} \text{ (上向き)}$$

4 静定ラーメンの反力計算

柱と梁などの部材が剛接合された骨組をラーメンといい、単純梁同様に、一端が回転支点（鉛直反力 V と水平反力 H ）、他端が移動支点（鉛直反力 V ）で支持されたものを、静定ラーメンという。

反力計算の手順は、単純梁と同様である。



【例題 1】 集中荷重が作用する場合

図のような荷重を受ける静定ラーメンの反力を求めよ。

【解答】

- 支点到反力を仮定する
- $\Sigma X = 0$ より、 H_A を求める

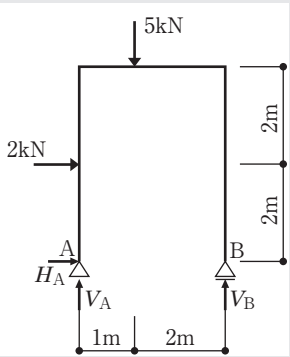
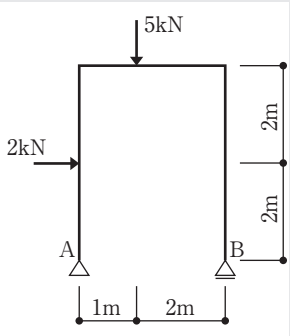
$$H_A + 2 \text{ kN} = 0$$

$$\therefore H_A = -2 \text{ kN} \text{ (左向き)}$$

次に鉛直反力を求める。回転支点（A 点）で $\Sigma M_A = 0$ を計算することで、 V_B を求めることができる。

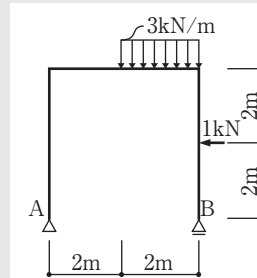
- $\Sigma M_A = 0$ より、 V_B を求める
- $$(2 \text{ kN} \times 2 \text{ m}) + (5 \text{ kN} \times 1 \text{ m}) - (V_B \times 3 \text{ m}) = 0$$
- $$4 + 5 - 3 V_B = 0$$
- $$\therefore V_B = +3 \text{ kN} \text{ (上向き)}$$

- $\Sigma Y = 0$ より、 V_A を求める
- $$V_A - 5 \text{ kN} + V_B = 0$$
- $$V_A - 5 \text{ kN} + 3 \text{ kN} = 0$$
- $$\therefore V_A = +2 \text{ kN} \text{ (上向き)}$$



【例題2】等分布荷重が作用する場合

図のような荷重を受ける静定ラーメンの反力を求めよ。



【解答】

- 等分布荷重を集中荷重に置き換える

$$\text{集中荷重} = 3 \text{ kN/m} \times 2 \text{ m} = 6 \text{ kN}$$

- 支点に反力を仮定する

以降は、静定ラーメンに集中荷重が作用した場合と同様である。

- $\Sigma X = 0$ より、 H_A を求める

$$H_A - 1 \text{ kN} = 0$$

$$\therefore H_A = +1 \text{ kN} \text{ (右向き)}$$

次に鉛直反力を求める。回転支点（A点）で $\Sigma M_A = 0$ を計算することで、 V_B を求めることができる。

- $\Sigma M_A = 0$ より、 V_B を求める

$$(6 \text{ kN} \times 3 \text{ m}) - (1 \text{ kN} \times 2 \text{ m}) - (V_B \times 4 \text{ m}) = 0$$

$$18 - 2 - 4 V_B = 0$$

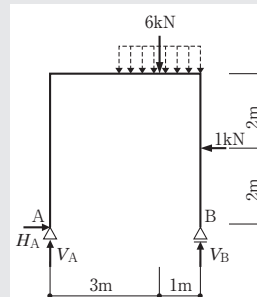
$$\therefore V_B = +4 \text{ kN} \text{ (上向き)}$$

- $\Sigma Y = 0$ より、 V_A を求める

$$V_A - 6 \text{ kN} + V_B = 0$$

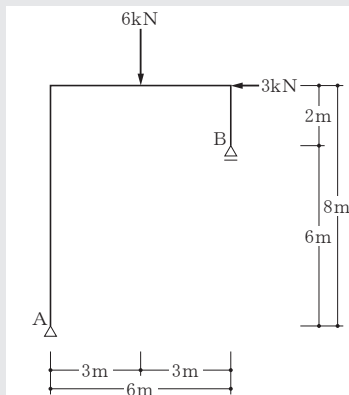
$$V_A - 6 \text{ kN} + 4 \text{ kN} = 0$$

$$\therefore V_A = +2 \text{ kN} \text{ (上向き)}$$



【例題3】集中荷重が作用する場合（支点の高さが異なる場合）

図のような荷重を受ける静定ラーメンの反力を求めよ。



【解答】

● 支点に反力を仮定する

● $\Sigma X = 0$ より、 H_A を求める

$$H_A - 3 \text{ kN} = 0$$

$$\therefore H_A = + 3 \text{ kN} \text{ (右向き)}$$

次に鉛直反力を求める。回転支点（A点）で $\Sigma M_A = 0$ を計算することで、 V_B を求めることができる。

● $\Sigma M_A = 0$ より、 V_B を求める

$$(6 \text{ kN} \times 3 \text{ m}) - (3 \text{ kN} \times 8 \text{ m}) - (V_B \times 6 \text{ m}) = 0$$

$$18 - 24 - 6 V_B = 0$$

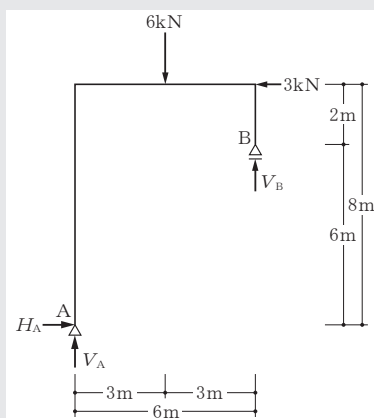
$$\therefore V_B = - 1 \text{ kN} \text{ (下向き)}$$

● $\Sigma Y = 0$ より、 V_A を求める

$$V_A - 6 \text{ kN} + V_B = 0$$

$$V_A - 6 \text{ kN} - 1 \text{ kN} = 0$$

$$\therefore V_A = + 7 \text{ kN} \text{ (上向き)}$$



反力が2つある回転支点Aを回転の中心にして $\Sigma M_A = 0$ のつり合い式を計算すると、移動支点Bの鉛直反力 V_B が簡単に求められる。

第2章

静定構造物の応力

第1節 応力

1. 応力の種類

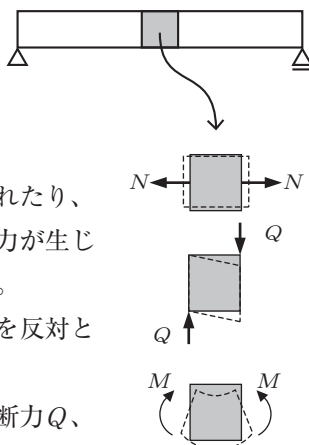
第1章で学習したように、建築物に荷重が作用すると、荷重につり合うように反力が生じる。

荷重と反力はともに部材の外部から加わる力であり、「外力」という。

この外力によって、部材の内部には、引っ張られたり、圧縮されたり、ずらされたり、曲げられたりする力が生じる。この部材の内部に生じる力を「応力」という。

応力は、右図のように、大きさが等しく、向きを反対とする『つり合う1対の力』である。

部材に生じる応力の種類は、軸方向力 N 、せん断力 Q 、曲げモーメント M の3種類である。



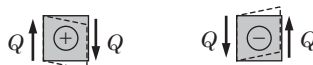
(1) 軸方向力 N (kN)

部材の材軸方向に生じる応力で、引張力と圧縮力があり、引張力を(+)、圧縮力を(-)で表す。



(2) せん断力 Q (kN)

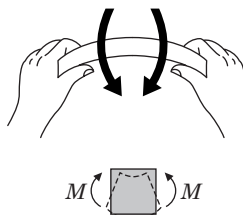
部材の材軸と直交する方向に作用する応力で、長方形の部材にせん断力が作用すると、平行四辺形に変形する。時計回りのせん断力を(+), 反時計回りのせん断力を(-)で表す。



(3) 曲げモーメント M (kN・m)

部材の両端を持って、部材を湾曲させるときに内部に生じる応力で、梁部材に曲げモーメントが作用すると、材の上側または下側が凸に湾曲する。

曲げモーメントには正負の符号はつかないが、梁の場合は右図のように梁下端が凸(下端引張)になる出題が多い。



軸方向力は綱引き、せん断力は紙をハサミで切る、曲げモーメントは棒を曲げて折る、そんなイメージ。

応力図の描き方に関しては、曲げモーメント図は部材の引張側に描く決まりがあるが、軸方向力図及びせん断力図には決まりがない。次図の応力図では、軸方向力図、せん断力図の(+)を梁の上側に描いた例を示す。

| 応力の種類 | 部材に作用する力 | 一部断面の変形 | 応力図 (N 図、Q 図、M 図) の描き方 | |
|-------------|------------------------|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| 軸方向力 (N) | 引張 ⊕ 圧縮 ⊖ | 伸ばす力、縮める力 | 上側 下側 材軸に平行 | 静定ラーメンのN図、Q図 骨組の外側を(+) 骨組の内側を(-) とすることがある。 |
| せん断力 (Q) | 右下り ⊕ 左下り ⊖ | ずらす力 | 集中荷重の場合 上側 下側 等分布荷重の場合 上側 傾斜直線 下側 傾斜直線 | |
| 曲げモーメント (M) | 下に凸(引張) 上に凸(引張) | 曲げる力 | 凸側(引張側)に描く 集中荷重の場合 傾斜直線 等分布荷重の場合 放物線(2次曲線) モーメント荷重の場合 傾斜直線 | |

第2節 静定梁の応力

1. 静定梁の応力計算

① 応力計算の手順

応力は、次の手順で求めることができる。

① 反力を求める

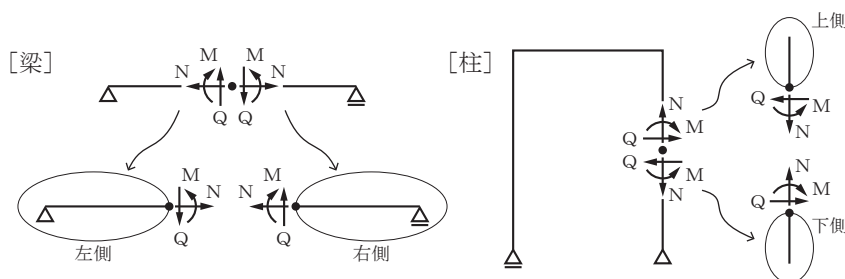
支点に反力を仮定して、力のつり合い条件式を用いて反力を計算する。

このとき、次の応力計算で必要となる反力だけ求めるようにすると、効率が良い（切断した左側を取り出すのであれば、切断した左側にある反力のみを求める。片持梁の場合は反力の無い側を取り出せば、反力計算を省略できる）。

② 応力を求める位置で部材を切断し、切断位置に応力を仮定する

応力を求める位置で部材を切断し、切断した片側部分を取り出す。部材を切断した位置に、軸方向力 N 、せん断力 Q 、曲げモーメント M を仮定する。

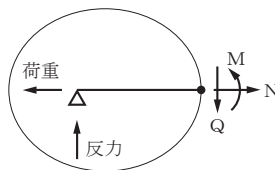
このとき、軸方向力 N 及びせん断力 Q の向きは、第1節の応力の種類(1)～(2)で定めた(+)の向きに仮定する。



上記のように、切断してどちらを取り出すかによって応力の仮定の向きが反対になる。

③ 力のつり合い条件式を立てて、切断位置の応力を求める

切断した位置に生じる応力は、切断した片側の外力（荷重、反力）とつり合う。したがって、切断して取り出した片側のみについて、仮定した応力を加えて力のつり合い条件式（ $\sum X = 0$ 、 $\sum Y = 0$ 、 $\sum M = 0$ ）を立てると、切断面の3つの応力（ N 、 Q 、 M ）を求めることができる。



曲げモーメントは+、-はないので、仮定の向きを迷ったら時計回り、直感で分かるならばその向きに仮定すればよい。

反力も応力も、3つの力のつり合い条件式（ $\Sigma X = 0$ 、 $\Sigma Y = 0$ 、 $\Sigma M = 0$ ）を使って求めることができる。

①反力を求めるときには、構造物全体で力のつり合い条件式を立てるのに対して、③応力を求めるときには、応力を求める位置で切断した片側のみについて、仮定した応力を加えて力のつり合い条件式を立てることに注意する。

また、曲げモーメントを求める場合には、切断した位置を回転の中心にして $\Sigma M = 0$ の式を立てるとよい。

2 片持梁の応力計算

片持梁の応力計算は支点が固定端1つだけなので、応力を求める位置で部材を切断して、反力のない自由端側の力のつり合いで応力を求めることにより、反力計算を省略することができる。

【例題1】集中荷重が作用する場合

図のような荷重を受ける片持梁のC点の応力を求める。

① 応力計算

C点で切断した左側で計算し、C点に応力 N_C 、 Q_C 、 M_C を仮定する。

《 N_C を求める》

$\Sigma X = 0$ より、

$$1\text{ kN} + N_C = 0$$

$$\therefore N_C = -1\text{ kN} \text{ (圧縮)}$$

軸方向力図（ N 図）は、BA間で一定値である。

《 Q_C を求める》

$\Sigma Y = 0$ より、

$$-2\text{ kN} - Q_C = 0$$

$$\therefore Q_C = -2\text{ kN} \text{ (}\downarrow\uparrow\text{)}$$

せん断力図（ Q 図）は、BA間で一定値である。

《 M_C を求める》

$\Sigma M_C = 0$ より

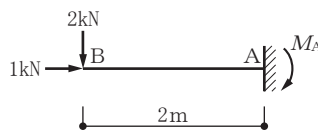
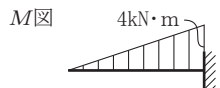
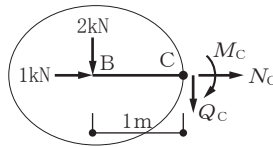
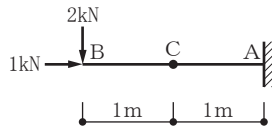
$$-(2\text{ kN} \times 1\text{ m}) + M_C = 0$$

$$\therefore M_C = 2\text{ kN} \cdot \text{m} \text{ (上側引張)}$$

なお、A点の曲げモーメントも同様に計算すると、

$\Sigma M_A = 0$ より

$$-(2\text{ kN} \times 2\text{ m}) + M_A = 0$$



$$\therefore M_A = 4 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ (上側引張)}$$

曲げモーメント図 (M 図) は、曲げモーメントが鉛直荷重が作用する自由端 B からの距離に比例するので直線分布となり、上側引張のため梁の上側に描かれる。

【例題2】等分布荷重が作用する場合

図のような荷重を受ける片持梁の C 点及び A 点の応力を求める。

① 応力計算

C 点で切断した左側で計算し、C 点に応力 Q_C 、 M_C を仮定する。

《 Q_C 及び Q_A を求める》

$\Sigma Y = 0$ より、

$$-wx - Q_C = 0$$

$$\therefore Q_C = -wx \text{ kN} \text{ (} \downarrow \uparrow \text{)}$$

A 点のせん断力 Q_A は $x = l$ として求めることができる。

$$\therefore Q_A = -wl \text{ kN} \text{ (} \downarrow \uparrow \text{)}$$

せん断力は B 点からの距離 x に比例するため、せん断力図は傾斜直線になる。

《 M_C 及び M_A を求める》

$\Sigma M_C = 0$ より

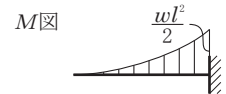
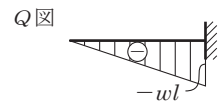
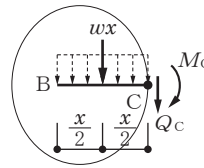
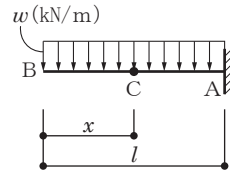
$$-(wx \times \frac{x}{2}) + M_C = 0$$

$$\therefore M_C = \frac{wx^2}{2} \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ (上側引張)}$$

A 点の曲げモーメント M_A は $x = l$ として求めることができる。

$$\therefore M_A = \frac{wl^2}{2} \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ (上側引張)}$$

曲げモーメントは、自由端で 0 になり、自由端からの距離が増えると荷重も増え、距離 \times 荷重である曲げモーメントは距離の 2 乗に比例するため、曲げモーメント図は二次曲線になる。



3 単純梁の応力計算

【例題1】集中荷重が作用する場合

図のような荷重を受ける単純梁の、C点の曲げモーメント M_C の大きさと、A-C間のせん断力 Q_{AC} 及びC-B間のせん断力 Q_{CB} を求める。

① 反力計算

支点に反力を仮定する。

X方向の荷重がないため、 $H_A = 0$

次の応力計算で、C点で切断した左側を取り出すことを考慮して、 V_A のみを求める。

$\Sigma M_B = 0$ より

$$(V_A \times 3\text{ m}) - (6\text{ kN} \times 2\text{ m}) = 0$$

$$\therefore V_A = +4\text{ kN} \text{ (上向き)}$$

② 応力計算

《 M_C を求める》

C点で切断した左側で計算し、C点に曲げモーメント M_C を仮定する。

$\Sigma M_C = 0$ より

$$(4\text{ kN} \times 1\text{ m}) - M_C = 0$$

$$\therefore M_C = 4\text{ kN} \cdot \text{m} \text{ (下側引張)}$$

A、B支点は、曲げモーメントは0になり、 M_C は下側引張の曲げモーメント $4\text{ kN} \cdot \text{m}$ が生じている。各点の値を直線で結び、曲げモーメント図は右図のようになる。

《 Q_{AC} 及び Q_{CB} を求める》

せん断力 Q_{AC} は、A-C間の中央で切断した左側で計算し、切断位置にせん断力 Q_{AC} を仮定する。

$$\Sigma Y = 0 \text{ より } 4\text{ kN} - Q_{AC} = 0$$

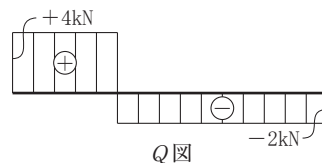
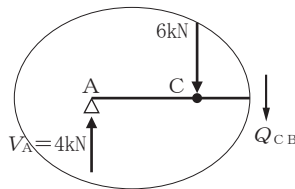
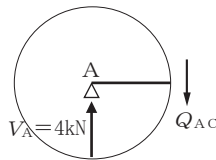
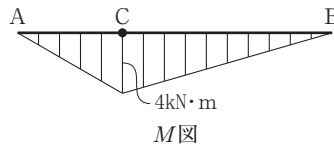
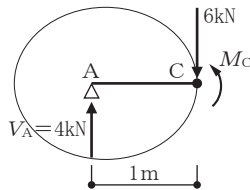
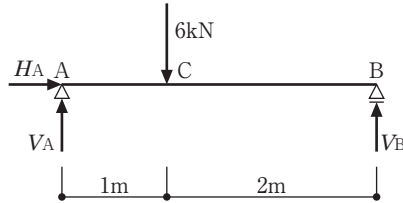
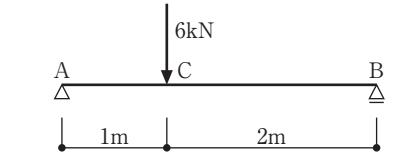
$$\therefore Q_{AC} = +4\text{ kN} \text{ (}\uparrow\downarrow\text{)}$$

せん断力 Q_{CB} は、C-B間の中央で切断した左側で計算し、切断位置にせん断力 Q_{CB} を仮定する。

$$\Sigma Y = 0 \text{ より } 4\text{ kN} - 6\text{ kN} - Q_{CB} = 0$$

$$\therefore Q_{CB} = -2\text{ kN} \text{ (}\downarrow\uparrow\text{)}$$

せん断力図は右図のようになる。



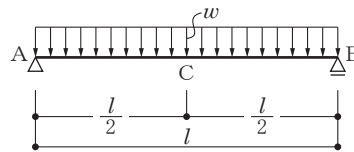
【例題2】等分布荷重が作用する場合1

図のような荷重を受ける単純梁の、せん断力及び曲げモーメントを求める。

① 反力計算

荷重が左右対称のため、鉛直反力は全荷

重の半分の $\frac{wl}{2}$ である。



② 応力計算Q

梁の任意点Xで切断した左側で計算し、切断位置にせん断力 Q_X を仮定する。

$\Sigma Y = 0$ より

$$\frac{wl}{2} - wx - Q_X = 0$$

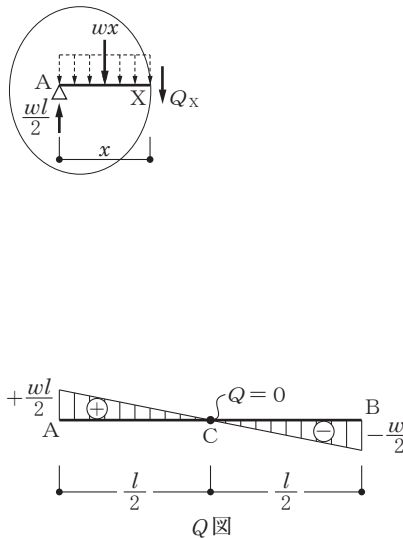
$$\therefore Q_X = w \times \left(\frac{l}{2} - x \right)$$

$$\cdot x = 0 \text{ を代入して } Q_A = +\frac{wl}{2} \text{ (}\uparrow\downarrow\text{)}$$

$$\cdot x = \frac{l}{2} \text{ を代入して } Q_C = 0$$

$$\cdot x = l \text{ を代入して } Q_B = -\frac{wl}{2} \text{ (}\downarrow\uparrow\text{)}$$

せん断力図は右図のようになる。



③ 応力計算M

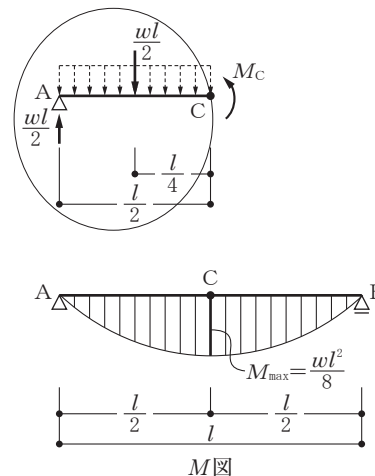
等分布荷重が作用する場合の曲げモーメント図は二次曲線になり、スパンの中央C点で最大になる。C点で切断した左側で計算する。

$\Sigma M_C = 0$ より

$$\left(\frac{wl}{2} \times \frac{l}{2} \right) - \left(\frac{wl}{2} \times \frac{l}{4} \right) - M_C = 0$$

$$\therefore M_C = \frac{wl^2}{8} \text{ (下側引張)}$$

曲げモーメント図は右図のようになる。

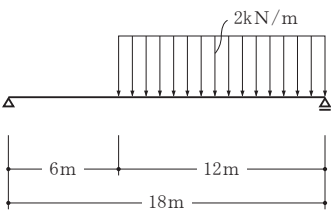


④ 曲げモーメントとせん断力の関係

せん断力の正 (+)・負 (-) が変わる点 (せん断力が0となる点) で、曲げモーメントは最大となる。

【例題3】等分布荷重が作用する場合2

図のような荷重を受ける単純梁に生じる曲げモーメントの最大値を求める。

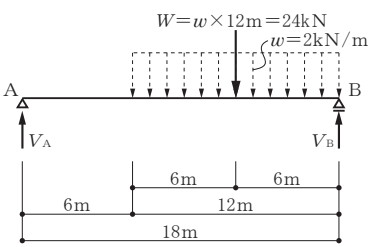


例題2④より、せん断力が0の位置で曲げモーメントが最大となる。したがって、せん断力が0になる位置を求めて、その位置における曲げモーメントを算定する。

① 反力計算

支点に反力を仮定する。次の応力計算で、X点で切断した右側を取り出すことを考慮して、 V_B のみを求める。

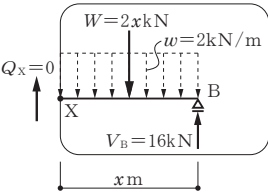
$\Sigma M_A = 0$ より、
 $(24\text{kN} \times 12\text{m}) - (V_B \times 18\text{m}) = 0$
 $\therefore V_B = 16\text{kN}$ (上向き)



② せん断力が0になる位置を求める

B点から左側に x mの位置にあるX点に生じるせん断力 Q_X を仮定して、 $Q_X = 0$ より x を求める。

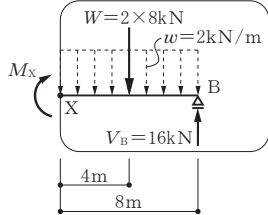
$\Sigma Y = 0$ より、
 $Q_X - 2x\text{kN} + 16\text{kN} = 0$
 $Q_X = 0$ であるから
 $-2x + 16 = 0$
 $\therefore x = 8\text{m}$



③ 曲げモーメントの最大値を求める

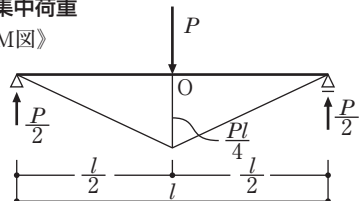
X点の曲げモーメントは、X点で切断した右側で計算し、切断位置に曲げモーメント M_X を仮定する。

$\Sigma M_X = 0$ より、
 $M_X + (2\text{kN/m} \times 8\text{m} \times 4\text{m}) - (16\text{kN} \times 8\text{m}) = 0$
 $M_X + 64 - 128 = 0$
 $\therefore M_{\text{max}} = M_X = 64\text{kN} \cdot \text{m}$ (下側引張)

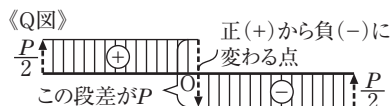


Check Point 【曲げモーメント図とせん断力図】**集中荷重**

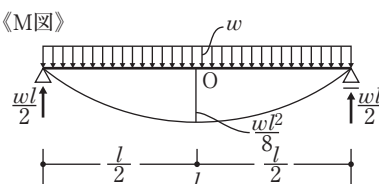
《M図》



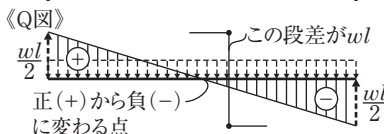
《Q図》

**等分布荷重**

《M図》



《Q図》

**【曲げモーメント図の特徴】**

- 曲げモーメント図は、材の引張側に描く。
- 集中荷重が作用する場合の曲げモーメント図は直線で構成され、荷重点で折れる。
したがって、支点及び荷重点で曲げモーメントの値を求め、各点のモーメントの値を直線で結ぶと曲げモーメント図を描くことができる。
- 等分布荷重が作用する場合の曲げモーメント図は、二次曲線になる。

【せん断力図の特徴】

- 集中荷重が作用する場合のせん断力図は、支点及び荷重点の区間で一定値になる。
したがって、支点と荷重点間の中央付近でせん断力の値を求める。なお、軸方向力の値を求める位置も同様である。
- 等分布荷重が作用する場合のせん断力図は、傾斜直線になる。

【曲げモーメントとせん断力の関係】

せん断力の正・負が変わる点（せん断力が0となる点）で、曲げモーメントは最大になる。

【例題4】モーメント荷重が作用する場合

図のような荷重を受ける単純梁の、せん断力及び曲げモーメントを求める。

① 反力計算

支点に反力を仮定する。

$\Sigma M_B = 0$ より、

$-V_A \times l + M = 0$

$\therefore V_A = \frac{M}{l}$ (下向き)

$\Sigma Y = 0$ より、 $V_B = \frac{M}{l}$ (上向き)

② 応力計算Q

せん断力Qは、C - B間の中央で切断した左側で計算し、切断位置にせん断力Qを仮定する。

$\Sigma Y = 0$ より

$-\frac{M}{l} - Q = 0$

$\therefore Q = -\frac{M}{l}$ (↓↑)

A - C間の中央で切断した場合でも、せん断力の値は同じである。

せん断力図は右図のようになる。

③ 応力計算M

《A - C間のM_{XA}を求める》

A - C間の中央X点で切断した左側で計算し、X点に曲げモーメントM_{XA}を仮定する。

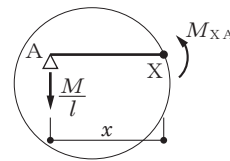
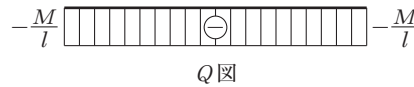
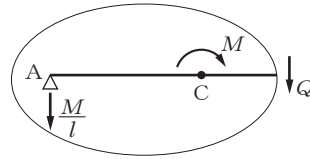
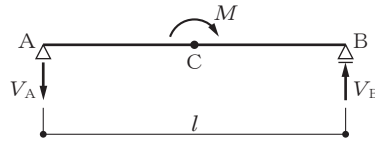
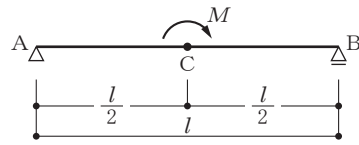
$\Sigma M_X = 0$ より

$-\frac{M}{l} x - M_{XA} = 0$

$\therefore M_{XA} = -\frac{M}{l} x$ (上側引張)

C点の曲げモーメントM_{C左}は $x = \frac{l}{2}$ を代入して

$M_{C左} = -\frac{M}{2}$ (上側引張)



《C-B間の M_{XB} を求める》

C-B間の中央X点で切断した右側で計算し、X点に曲げモーメント M_{XB} を仮定する。

$$\Sigma M_X = 0 \text{ より}$$

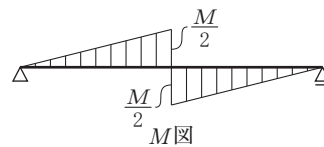
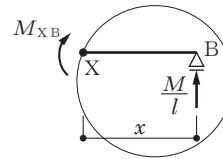
$$M_{XB} - \frac{M}{l} x = 0$$

$$\therefore M_{XB} = \frac{M}{l} x \text{ (下側引張)}$$

C点の曲げモーメント $M_{C右}$ は $x = \frac{l}{2}$ を代入して

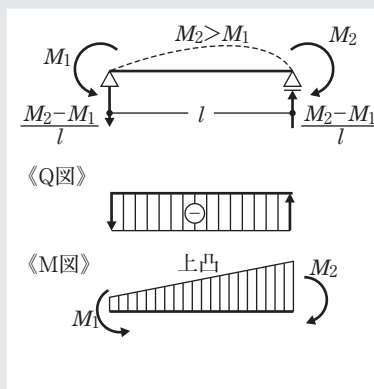
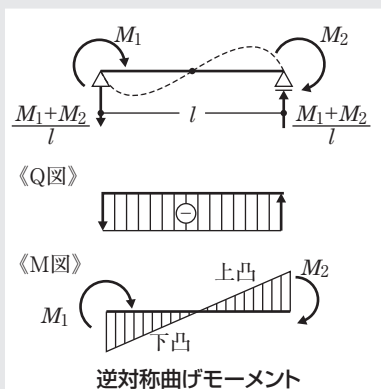
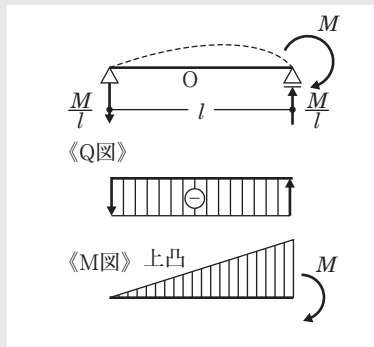
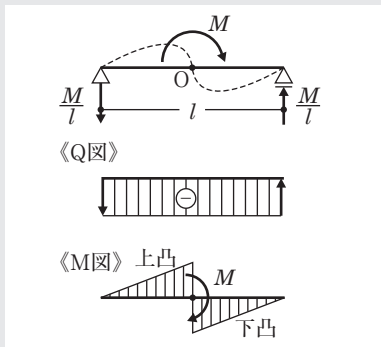
$$M_{C右} = \frac{M}{2} \text{ (下側引張)}$$

曲げモーメント図は右図のようになる。



Check Point 単純梁にモーメント荷重のみが作用する場合の特徴

- 反力は、モーメント荷重の総和と釣り合う偶力となる。
- せん断力は、鉛直反力と釣り合い、一定となる。
- モーメント荷重の作用点で、曲げモーメントの段差が生じる。



逆対称曲げモーメント

部材の両端に逆対称の曲げモーメントが作用する場合をいう。

地震時の部材に生じる曲げモーメントで、曲げモーメントからせん断力、せん断力から曲げモーメントを求めるときに必要な公式として覚えておく。

Check Point 応力図の不連続

モーメント荷重の
作用点で
曲げモーメント図に
段差が生じる理由

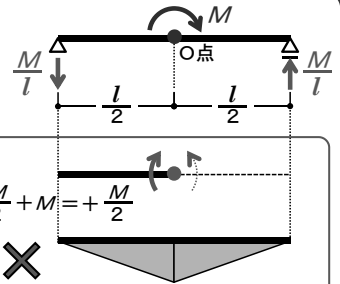
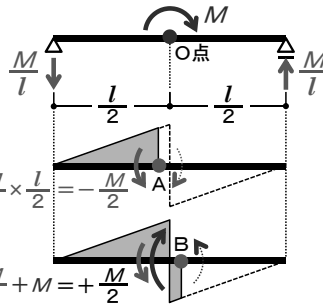
「少し左」のA点

$$M_A(\text{左}) = -\frac{M}{l} \times \frac{l}{2} = -\frac{M}{2}$$

「少し右」のB点

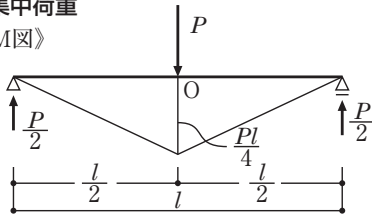
$$M_B(\text{左}) = -\frac{M}{2} + M = +\frac{M}{2}$$

➡ モーメント荷重の作用点ではM図に段差が生じるため、「少し左」の点と「少し右」の点の値を求める必要がある。

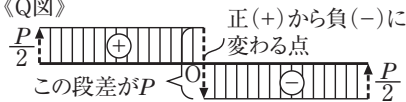


集中荷重

《M図》



《Q図》



モーメント荷重の作用点では、曲げモーメント図が不連続になり段差が生じる。したがって、モーメント荷重の作用点の「少し左」の点と「少し右」の点で曲げモーメントの値を求める必要がある。

同様に、鉛直荷重の作用点では、せん断力図が不連続になり段差が生じる。したがって、せん断力の値は荷重の作用点ではなく、支点と荷重点間の中央付近で求める。

30

35

4 曲げモーメントとせん断力の関係

部材の端部に曲げモーメントのみが作用する場合のせん断力 Q の絶対値は、曲げモーメントの増分 ΔM をスパン l で除して求めることができる。

$$Q \text{ の絶対値} = \frac{\Delta M}{l}$$

① 逆対称変形

$$Q \text{ の絶対値} = \frac{\Delta M}{l} = \frac{M_1 + M_2}{l}$$

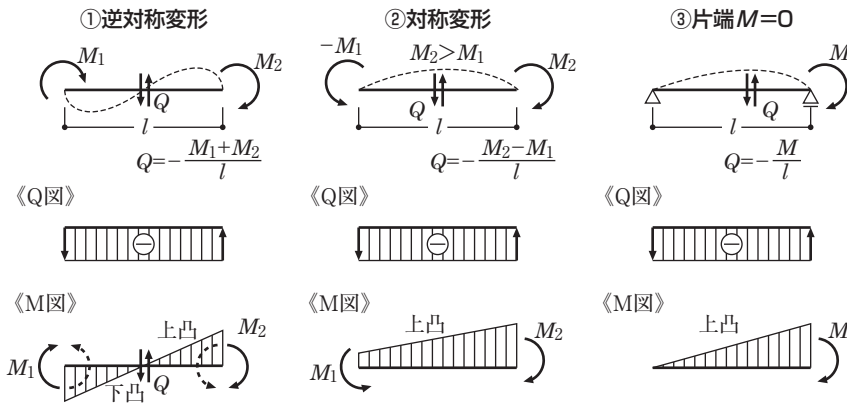
② 対称変形

$$Q \text{ の絶対値} = \frac{\Delta M}{l} = \frac{M_2 - M_1}{l} \quad (M_2 > M_1 \text{ の場合})$$

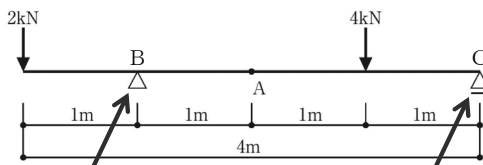
③ 片端 $M=0$

$$Q \text{ の絶対値} = \frac{\Delta M}{l} = \frac{M}{l}$$

曲げモーメントとせん断力の関係式は、不静定構造物の解法に役立つ重要な公式である。

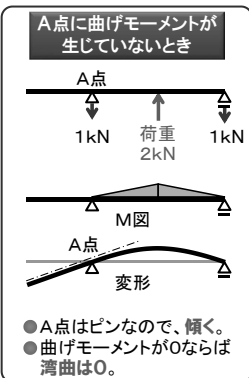
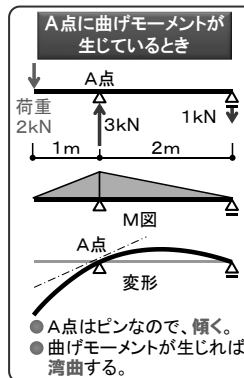


Check Point ピンは必ず曲げモーメントが0か？



ピンは、部材端部でないときは、曲げモーメントが0とは限らない

ピンは、部材端部のときは、曲げモーメントが0 (湾曲が生じない)



第3節 静定ラーメンの応力

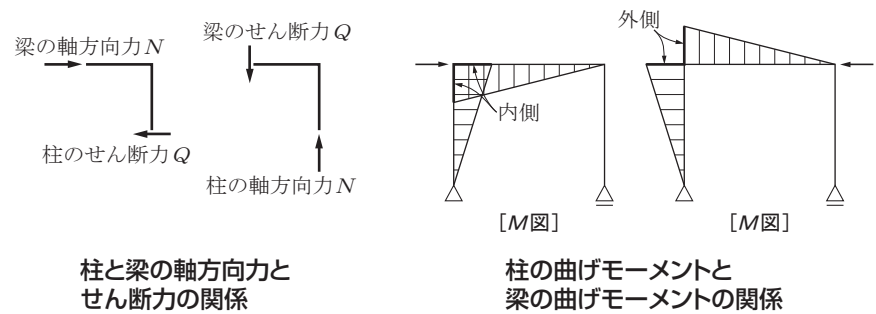
1. 静定ラーメンの応力計算

1 静定ラーメンの応力

ラーメン構造とは、柱と梁で構成され、その節点を剛接合とした構造である。静定ラーメンの応力の求め方は、基本的には単純梁の応力計算と同様である。ただし、図のように、鉛直荷重のみ作用する場合は、単純梁と同じであるが、水平荷重が作用する場合は、回転支点側の柱にせん断力が作用し、また水平荷重によるモーメントにより鉛直反力も作用することから、各部材に生じる応力も異なるので注意する。

柱と梁の節点における力のつり合いより、以下の関係が成立する。

- ・ $\Sigma X = 0$ より、梁の軸方向力 N と柱のせん断力 Q がつり合う
- ・ $\Sigma Y = 0$ より、梁のせん断力 Q と柱の軸方向力 N がつり合う
- ・ $\Sigma M = 0$ より、柱梁の節点において、柱と梁の曲げモーメントは同じ値となり、ラーメンの内側と内側、または外側と外側でつり合う。



2 静定ラーメンの応力計算

【例題】 集中荷重が作用する静定ラーメン

図のような荷重を受ける静定ラーメンの応力を求める。

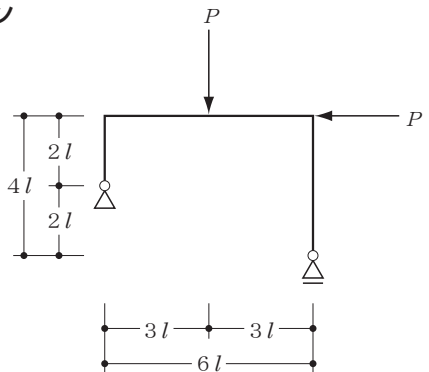
① 反力計算

支点に反力を仮定する。

● $\Sigma M_A = 0$ より、

$$P \times 3l - P \times 2l - V_B \times 6l = 0$$

$$\therefore V_B = \frac{1}{6}P \text{ (上向き)}$$



● $\Sigma Y = 0$ より、

$$V_A + V_B - P = 0$$

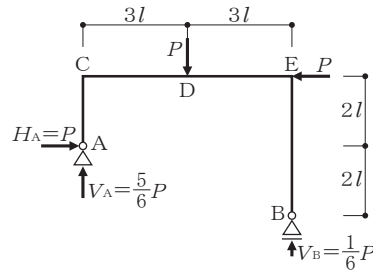
$$V_A + \frac{1}{6}P - P = 0$$

$$\therefore V_A = \frac{5}{6}P \quad (\text{上向き})$$

● $\Sigma X = 0$ より、

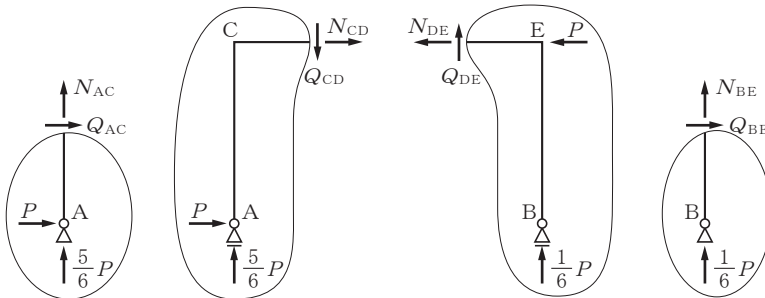
$$H_A - P = 0$$

$$\therefore H_A = P \quad (\text{右向き})$$



② 応力計算 N 、 Q

軸方向力 N 及びせん断力 Q は、節点間の中央で切断した片側を取り出して計算する。



● A - C 間

$$\Sigma X = 0 \text{ より } Q_{AC} = -P$$

$$\Sigma Y = 0 \text{ より } N_{AC} = -\frac{5P}{6}$$

● C - D 間

$$\Sigma X = 0 \text{ より } N_{CD} = -P$$

$$\Sigma Y = 0 \text{ より } Q_{CD} = \frac{5P}{6}$$

● D - E 間

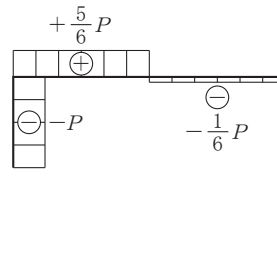
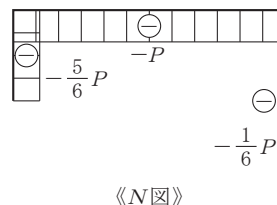
$$\Sigma X = 0 \text{ より } N_{DE} = -P$$

$$\Sigma Y = 0 \text{ より } Q_{DE} = -\frac{P}{6}$$

● B - E 間

$$\Sigma X = 0 \text{ より } Q_{BE} = 0$$

$$\Sigma Y = 0 \text{ より } N_{BE} = -\frac{P}{6}$$



③ 応力計算M

曲げモーメント M は、節点で切断した片側を取り出して計算する。支点A、Bはピン及びピンローラーであるため、 $M_A = M_B = 0$ である。

● C点

$$\Sigma M_C = 0 \text{ より}$$

$$M_C - P \times 2l = 0$$

$$\therefore M_C = 2Pl \text{ (柱左側引張)}$$

● D点

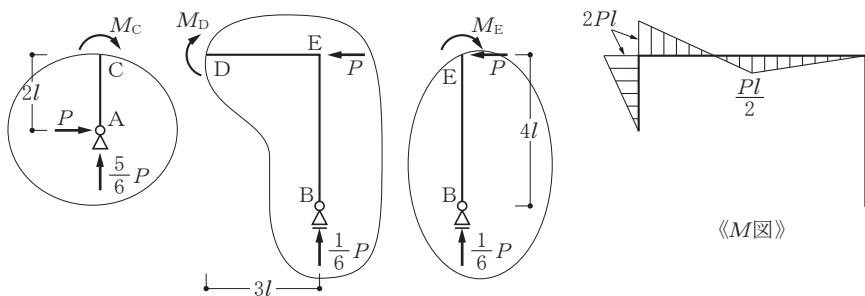
$$\Sigma M_D = 0 \text{ より}$$

$$M_D - \frac{P}{6} \times 3l = 0$$

$$\therefore M_D = \frac{Pl}{2} \text{ (梁下端引張)}$$

● E点

$$\Sigma M_E = 0 \text{ より } M_E = 0$$

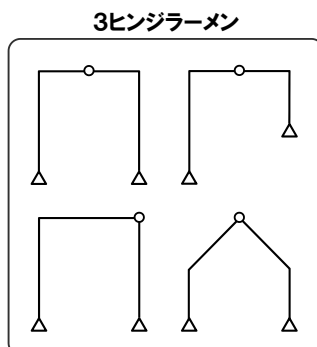


第4節 静定3ヒンジラーメンの応力

1. 静定3ヒンジラーメンの応力計算

3ヒンジラーメンは、2つの支点が回転支点であり、かつ、梁または柱の一部にピン節点(=ヒンジ)をもつ構造物である。ピン節点は、軸方向力とせん断力を伝達するが、曲げモーメントはゼロである。

両支点が回転支点であるため、反力数が4つになり、したがって、3つの力のつり合い条件式($\sum X = 0$ 、 $\sum Y = 0$ 、 $\sum M = 0$)だけでは反力が求められない。そこで、ピン節点の曲げモーメントが0であるという条件式($\sum M_{\text{ピン}} = 0$)を加えて反力を求める。反力が求まれば、応力計算は通常の静定ラーメンと同様に行うことができる。



1 応力計算の手順

① 反力を求める

3ヒンジラーメンにおいては、3つの力のつり合い条件式($\sum X = 0$ 、 $\sum Y = 0$ 、 $\sum M = 0$)の他に、ピン節点における曲げモーメントが0である条件式を一つ加えることができる。

- $\sum X = 0$
- $\sum Y = 0$
- $\sum M = 0$ (任意の点において)
- $\sum M_{\text{ピン}} = 0$ (ピン節点において)

上式のうち、最初の3つの式は、構造物全体の力のつり合いであるのに対して、 $\sum M_{\text{ピン}} = 0$ は応力を求めるときと同様に、ピン節点で切断した片側のみの力のつり合いである。

以上の4つの力のつり合い条件式を立てることで、4つの支点反力を求めることができる。

② 応力を求める

静定ラーメン同様に、応力を求める位置で部材を切断し、切断した位置に求める応力を仮定する。

切断して取り出した片側のみで力のつり合い条件式を立てて、応力を求める。

2 3ヒンジラーメンの応力計算

【例題】3ヒンジラーメンの応力

図のような荷重を受ける3ヒンジラーメンの曲げモーメントを求める。

① 反力計算

3ヒンジラーメンの反力計算は、最初に $\Sigma M = 0$ 、 $\Sigma M_{\text{ピン}} = 0$ の2つの式を用いて、片側の支点の鉛直反力 V 及び水平反力 H を求める。次に $\Sigma X = 0$ より他端の水平反力 H 、 $\Sigma Y = 0$ より他端の鉛直反力 V をそれぞれ求める。はじめにB支点の反力 V_B 、 H_B を求める。

支点に反力を仮定する。

● $\Sigma M_A = 0$

反力を求めるB支点と反対側のA支点を回転の中心とすることで、式中に V_A 、 H_A を出さないようにする。

$$(12\text{kN} \times 8\text{m}) - (H_B \times 4\text{m}) - (V_B \times 6\text{m}) = 0$$

$$96 - 4H_B - 6V_B = 0$$

$$48 - 2H_B - 3V_B = 0 \quad \cdots (1)$$

● $\Sigma M_D(\text{右}) = 0$

ピン節点のD点で切断した右側について、D点を回転の中心としてモーメントのつり合い条件式を立てる。D点はピン節点のため曲げモーメント $M_D = 0$ である。

$$(H_B \times 4\text{m}) - (V_B \times 2\text{m}) = 0$$

$$4H_B - 2V_B = 0$$

$$V_B = 2H_B \quad \cdots (2)$$

● (1)(2)式より V_B 、 H_B を求める

(2)を(1)に代入すると

$$48 - 2H_B - 3(2H_B) = 0$$

$$H_B = +6\text{kN} \text{ (左向き)}$$

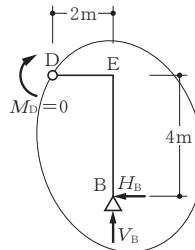
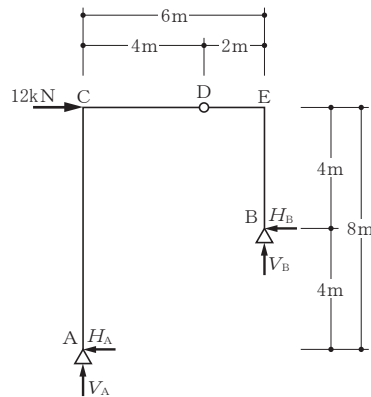
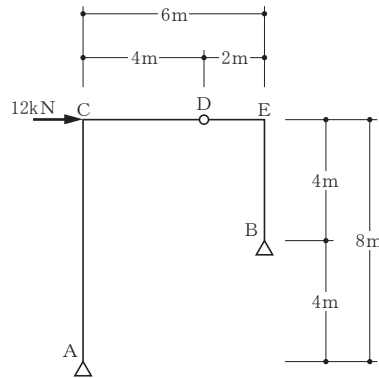
(2)に代入して

$$V_B = +12\text{kN} \text{ (上向き)}$$

● $\Sigma X = 0$ より、 H_A を求める

$$-H_A + 12 - H_B = 0$$

$$-H_A + 12 - 6 = 0$$



$$H_A = +6 \text{ kN (左向き)}$$

● $\Sigma Y = 0$ より、 V_A を求める

$$V_A + V_B = 0$$

$$V_A + 12 = 0$$

$$V_A = -12 \text{ kN (下向き)}$$

② 応力計算 M

曲げモーメント M は、節点で切断した片側を取り出して計算する。支点 A、B はピン支点であるため $M_A = M_B = 0$ である。また、ピン節点の D 点も $M_D = 0$ である。

● C 点

$$\Sigma M_C = 0 \text{ より}$$

$$-M_C + 6 \text{ kN} \times 8 \text{ m} = 0$$

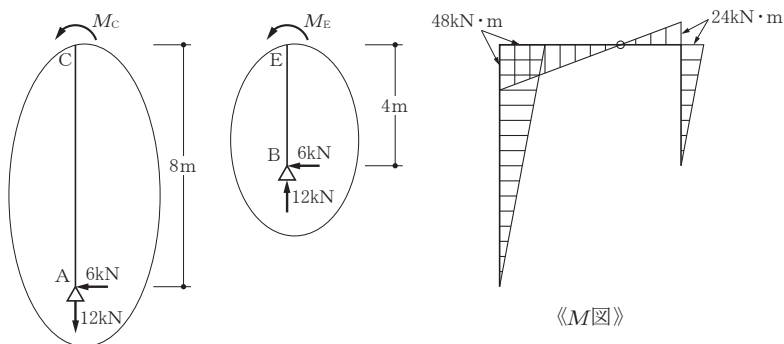
$$\therefore M_C = 48 \text{ kN} \cdot \text{m (柱右側引張)}$$

● E 点

$$\Sigma M_E = 0 \text{ より}$$

$$-M_E + 6 \text{ kN} \times 4 \text{ m} = 0$$

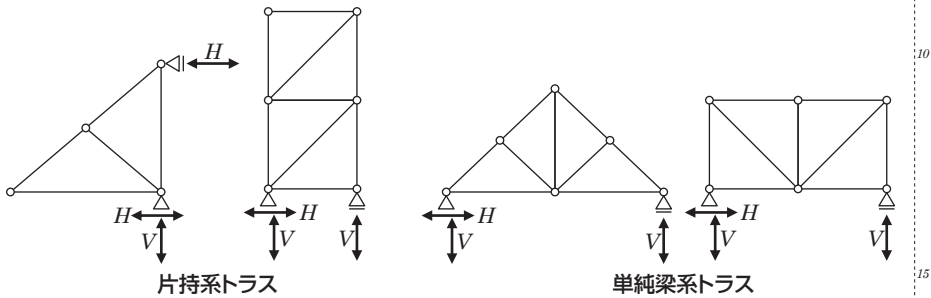
$$\therefore M_E = 24 \text{ kN} \cdot \text{m (柱右側引張)}$$



第5節 静定トラス

1. トラス構造

トラス構造とは、節点がピンで部材を三角形に組み立てた構造骨組をいい、片持系トラスと単純梁系トラスがある。トラス構造は、三角形に組み立てることで、軽量でも強い骨組を作ることができ、一般に屋根の小屋組や、支点間距離の大きな梁を構成するのに用いられる。



2. トラスの応力

節点がピンで、部材を三角形に組み立てたトラス構造の節点のみに外力が作用する場合、トラス部材には軸方向力のみが生じ、せん断力と曲げモーメントは生じない。

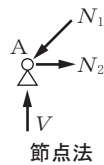
したがって、トラスの応力を求める問題では、トラス部材に生じる軸方向力の値を求める問題となる。このとき、軸方向力が引張力（+）であるか圧縮力（-）であるかを判断することが重要である。

1 軸方向力の正負

次に示す節点法、切断法のいずれにおいても、引張力か圧縮力であるかは、節点を基準として考えて、節点を引張っている場合が引張力（+）、節点を押している場合が圧縮力（-）と判断する。

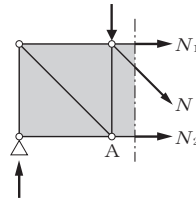
① 節点法

節点法は節点に集まる力のXY方向のつり合いから、軸方向力を求める方法である。右図のようにA点において、支点反力Vと軸方向力 N_1 、 N_2 がつり合っている場合を考える。このとき、 N_1 はA点を押しているので圧縮力（-）、 N_2 はA点を引張っているので引張力（+）になる。



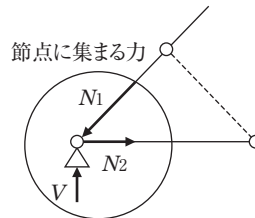
② 切断法

切断法は、梁やラーメンの応力計算と同様に、応力を求めたい位置で部材を切断し、切断した片側の力のつり合いから軸方向力を求める方法である。右図のように部材を3本切断した左側で考え、切断位置の右側に**軸方向力を引張りになるように仮定**する。計算の結果、例えば N_2 が(+)の結果であれば引張力であり、節点法と同様に、A点を引張っているので N_2 は引張力(+)と考えることができる。



2 節点の力のつり合い

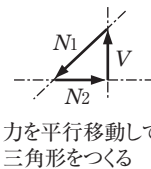
トラスの各節点に集まる力(荷重・反力・軸方向力)はつり合っている。図のような支点反力 V と軸方向力 N_1 、 N_2 の力のつり合いを考える。



① 図式解法

力のつり合う条件として、示力図が閉じる。

図式解法(示力図が閉じる)



【用語】示力図

各力をつないでできる多角形のこと。示力図が閉じたとき、すなわち、始点と終点一致したとき、力がつり合っている。

② 算式解法

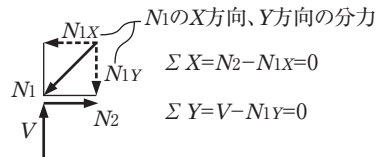
$\Sigma X = 0$ 、 $\Sigma Y = 0$ の関係が成立する。

N_1 の X 方向成分を N_{1X} 、 Y 方向成分を N_{1Y} とすると、下式が成立する。

$$\Sigma X = N_2 - N_{1X} = 0$$

$$\Sigma Y = V - N_{1Y} = 0$$

算式解法(力のつり合い条件式)

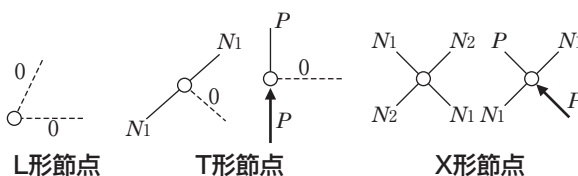


$$\Sigma X = N_2 - N_{1X} = 0$$

$$\Sigma Y = V - N_{1Y} = 0$$

3 ゼロメンバー(ゼロ部材)

軸方向力が生じない部材を、**ゼロメンバー(ゼロ部材：軸方向力 $N = 0$)**と呼ぶ。節点において力がつり合うことから、部材及び外力の集まる形状に応じて、次のことがわかる。ゼロメンバーは、下図に示すL形節点やT形節点で見つけることができる。



① L形節点

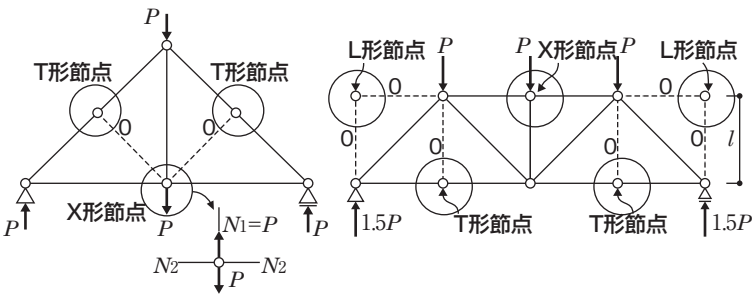
節点に2つの力（部材）のみが作用する場合（一直線は除く）は、2つの力とも**ゼロメンバー**になる。

② T形節点

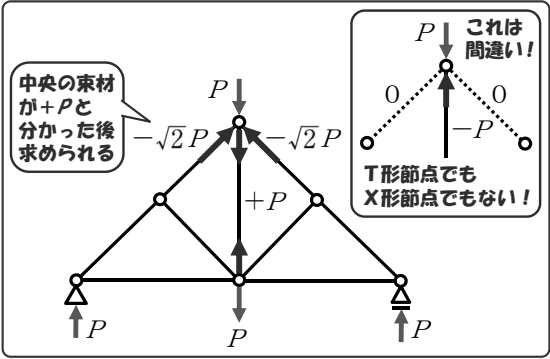
節点に3つの力（部材）が作用し、2つの力が一直線の場合、他の力は**ゼロメンバー**になる。

③ X形節点

節点に4つの力（部材）が作用し、一直線どうしが2組ある場合、一直線どうしがそれぞれつり合っている。

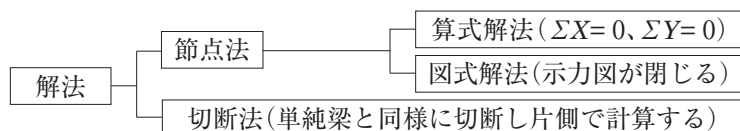


節点の性質



3. トラスの解法

トラス部材の軸方向力を求める方法に、**節点法**と**切断法**がある。



① 節点法

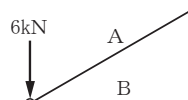
1つの節点に集まる力の XY 方向の力のつり合いから、軸方向力を求める解法である。

節点法のうち、算式解法は $\Sigma X = 0$ 、 $\Sigma Y = 0$ の2つ

の式から軸方向力を求めるため、求める軸方向力（未知数）が2つである必要がある。

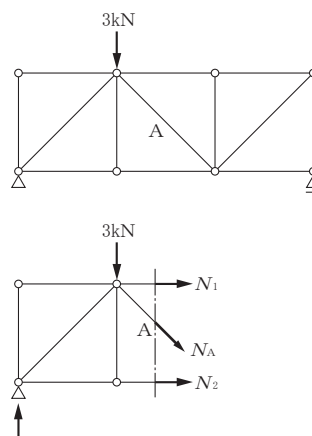
また図式解法による場合でも同様に、求める軸方向力（未知数）が2つである必要がある。

以上により、図のように2つの未知数の軸方向力を求めるときには節点法が適している。



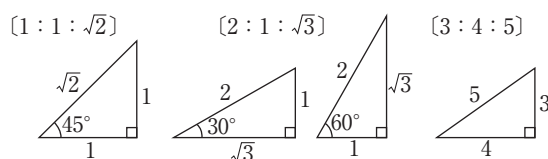
② 切断法

右図のトラスにおいて、部材Aの軸方向力を求める場合、部材Aの両端部の節点には複数の部材の軸方向力および外力が作用しているため、節点における力のつり合いから部材Aの軸方向力を求めることは困難である。このような場合は、部材Aを含んで切断した片側の力のつり合いから軸方向力を計算する切断法が適している。切断法では3つの力のつり合い条件式 $\Sigma X = 0$ 、 $\Sigma Y = 0$ 、 $\Sigma M = 0$ を使うので、3本の部材まで切断できる。



また、試験に出題されるトラス骨組の形状

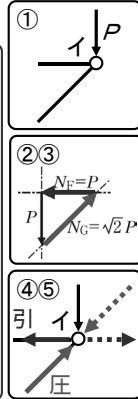
は、直角三角形の辺の比に合わせて作成されているので、解答において、次図の比は絶対に覚えておく必要がある。



1 節点法

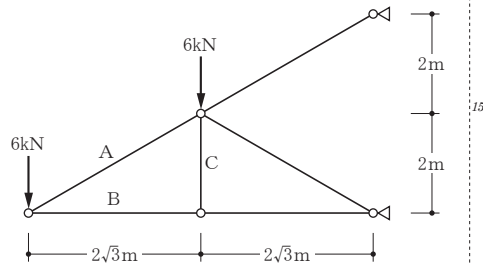
節点法のポイント

- ① 分からない力が2つまでなら必ず解ける。
- ② 分かっている力を、まずつなげて描く。
 - ・力の大きさはほぼ正確に。
 - ・漏れをなくすため、時計回りに拾う。
- ③ 分からない力の作用線を2本描いて、スタート地点に戻る矢印を描く。
- ④ 求めた力を求めた部材の上に節点に接するように描く。
- ⑤ 節点の反対側に、大きさ同じ、向き反対の力を考えて、一対の力で引張(+)か、圧縮(-)か、を考える。



【例題】

部材 A、B、C に生じる軸方向力を求める。ただし、軸方向力は、引張力を「+」、圧縮力を「-」とする。

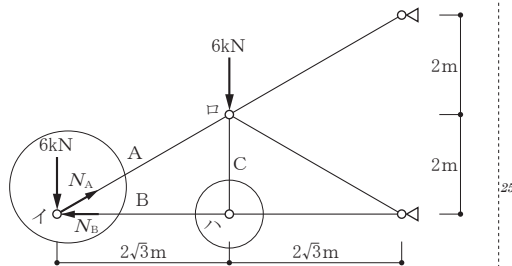


節点法により、軸方向力 N_A 、 N_B 、 N_C を求める。

① 部材 C

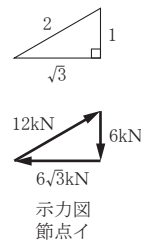
節点ハは、T形節点なので部材 C の軸方向力は 0（ゼロメンバー）である。

$$\therefore N_C = 0$$



② 部材 A、B：図式解法による

節点イにおける力のつり合いを考える。三角形イロハは 30° (60°) の直角三角形であり、辺の比が $1 : 2 : \sqrt{3}$ になる。節点イにおける示力図は右図になり、辺の比 1 に対応する示力図の力は 6 kN であるから、

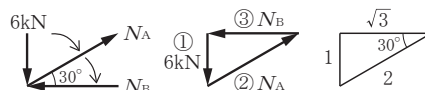


$N_A = +12\text{ kN}$ （節点イを引張っている引張力なので+）

$N_B = -6\sqrt{3}\text{ kN}$ （節点イを押している圧縮力なので-）

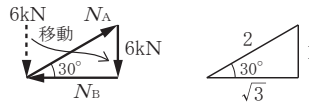
・示力図の描き方 1

荷重 6 kN を示力図のスタートとして、時計回りに N_A 、 N_B の力の終点、始点をつなげて示力図を閉じる方法



・示力図の描き方2

問題図を利用して軸方向力 N_A 、 N_B を固定し、荷重 6kN を移動して示力図を閉じる方法



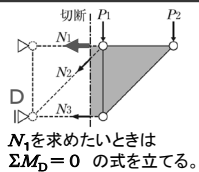
2 切断法

切断法のポイント

分からない力が3つまでなら必ず解ける。

N_1 と N_3 を求めるとき

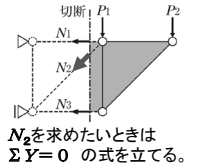
- ① 求めたい力以外の2力が交わるならば、その交点を中心とした $\Sigma M = 0$ の式を立てる。



N_1 を求めたいときは $\Sigma M_F = 0$ の式を立てる。

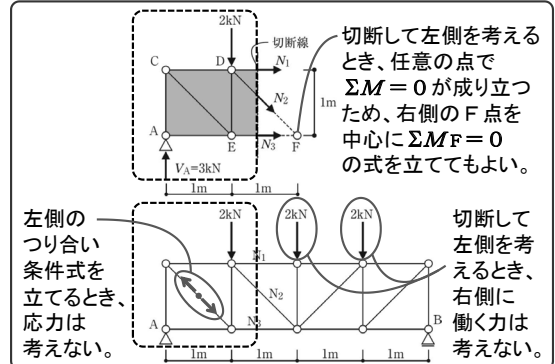
N_2 を求めるとき

- ② 求めたい力以外の2力が交わらないならば、求めたい力しか成分を持たない方向に対して $\Sigma X = 0$ 又は $\Sigma Y = 0$ の式を立てる。



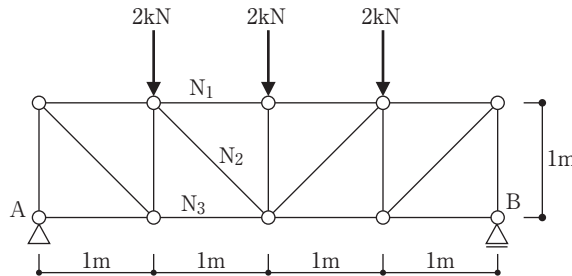
N_2 を求めたいときは $\Sigma Y = 0$ の式を立てる。

切断法の注意点



【例題1】

軸方向力 N_1 、 N_2 、 N_3 を求める。ただし、軸方向力は、引張力を「+」、圧縮力を「-」とする。



切断法により、軸方向力 N_1 、 N_2 、 N_3 を求める。

●反力を求める

荷重は左右対称であるから、鉛直反力 V_A 、 V_B は等しくなり、次式で求められる。

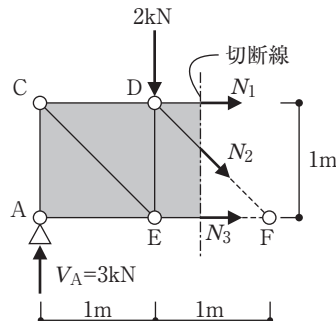
$$V_A = V_B = \frac{6\text{ kN}}{2} = 3\text{ kN}$$

●軸方向力を求める

N_1 、 N_2 、 N_3 を含んで切断した左側で計算し、切断位置に軸方向力 N_1 、 N_2 、 N_3 を引張力に仮定する。

①軸方向力 N_1 を求める

求めたい N_1 以外の2力 N_2 、 N_3 の作用線が交わるF点を中心に $\Sigma M_F = 0$ の式を立てれば、 N_1 を求められる。



$\Sigma M_F = 0$ より

$$(3 \text{ kN} \times 2 \text{ m}) - (2 \text{ kN} \times 1 \text{ m}) + (N_1 \times 1 \text{ m}) = 0$$

$$\therefore N_1 = -4 \text{ kN (壓縮力)}$$

②軸方向力 N_3 を求める

求めたい N_3 以外の 2 力 N_1 、 N_2 の作用線が交わる D 点を中心に $\Sigma M_D = 0$ の式を立てれば、 N_3 を求められる。

$\Sigma M_D = 0$ より

$$(3 \text{ kN} \times 1 \text{ m}) - (N_3 \times 1 \text{ m}) = 0$$

$$\therefore N_3 = +3 \text{ kN (引張力)}$$

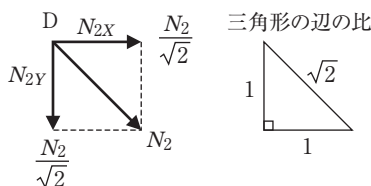
③軸方向力 N_2 を求める

求めたい N_2 しか Y 方向の成分を持たないことに注目し、 $\Sigma Y = 0$ の式を立てれば、 N_2 が求められる。

$\Sigma Y = 0$ より

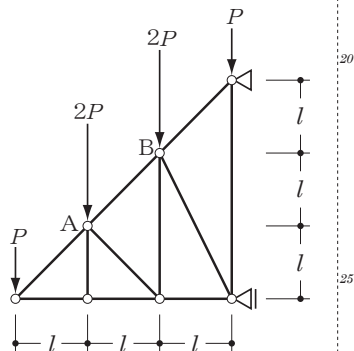
$$3 \text{ kN} - 2 \text{ kN} - \frac{N_2}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\therefore N_2 = +\sqrt{2} \text{ kN (引張力)}$$



【例題2】

図のような荷重を受けるトラスにおいて、部材 A B に生じる軸方向力を求める。ただし、軸方向力は、引張力を「+」、圧縮力を「-」とする。



切断法により、軸方向力 N_{AB} を求める。

●軸方向力 N_{AB} を求める

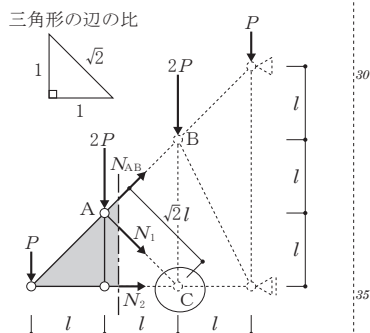
部材 A B を含んで切断した左側で計算し、切断位置に軸方向力 N_{AB} 、 N_1 、 N_2 を引張力に仮定する。

求めたい N_{AB} 以外の 2 力 N_1 、 N_2 の作用線が交わる C 点を中心に $\Sigma M_C = 0$ の式を立てれば、 N_{AB} を求められる。また、C 点から N_{AB} の作用線までの距離は三角形の辺の比より $\sqrt{2} l$ である。

$\Sigma M_C = 0$ より

$$-(P \times 2l) - (2P \times l) + (N_{AB} \times \sqrt{2}l) = 0$$

$$N_{AB} \times \sqrt{2} l = 4 P l$$



$$\therefore N_{AB} = \frac{4Pl}{\sqrt{2}l} = \frac{4\sqrt{2}P}{2} = +2\sqrt{2}P \text{ (引張力)}$$

切断した側の節点を引張る方向に軸方向力を仮定しているから、計算結果が+ならば引張力、-ならば圧縮力である。

片持系トラスの場合、切断して反力の無い側で考えれば、反力計算を省略できる。

