二級建築士　総合学科本科生

【力学基礎講義 無料体験入学用】

構造テキスト（抜粋版）

（力学基礎１～３回講義分）

資格の学校
TAC

学科 Ⅲ

建築構造

第3分冊 目次

学科Ⅲ 建築構造

第1編 構造力学

第2編 建築構造

第1編

構造力学

人命を預かる建築物を設計するうえで安全性は何よりも重要です。ここでは、建築物の構造が安全か否かを判断する際の基礎として、構造力学の考え方と計算の仕方を学びます。

序　章　数学の基礎知識
第1章　建築物に働く力
第2章　静定構造物の応力
第3章　部材の性質と応力度
第4章　建築物の振動

序章　数学の基礎知識

構造、特に構造力学を理解するうえでは、数学の知識は欠かせません。二級建築士試験を受けるにあたり、これだけはどうしても必要という「数学の基礎」について、例題を解きながらおさらいしましょう。

【力学で使われる主なアルファベット記号、ギリシャ文字記号と代表的な意味】

記号	代表的な意味	記号	代表的な意味	記号	代表的な意味
A	断面積	d	有効せい	デルタ δ	たわみ
E	ヤング係数	e	偏心距離	デルタ大 Δ	変形量
F	基準強度（材料強度）	f	許容応力度	エプシロン ε	縦ひずみ度
H	水平反力	f_t	許容引張応力度	イータ η	座屈低減係数
I	断面二次モーメント	f_c	許容圧縮応力度	シータ θ	回転角
M	モーメント	f_b	許容曲げ応力度	ラムダ λ	細長比
N	軸方向力	f_s	許容せん断応力度	シグマ σ	応力度
P	集中荷重	g	重力加速度	σ_t	引張応力度
P_k、P_e	弾性座屈荷重	h	高さ等	σ_c	圧縮応力度
Q	せん断力	i	断面二次半径	σ_b	曲げ応力度
R	反力	j	応力中心間距離	タウ τ	せん断応力度
S	断面一次モーメント	k	剛比、水平剛性（ばね定数）		
V	垂直反力、体積	l	スパン等		
W	荷重、合力	l_k	弾性座屈長さ		
Z	断面係数	n	安全率など		
		t	厚さなど		
		w	等分布荷重		

第1節　数学の基礎

1　比を求める

例題

a＝2bのとき、a：bを求めなさい。（a、bは整数とする）

解答

a、bのいずれかに1を入れて、具体的な値を求める。

●**解法1**　a＝1とする。a＝2bの式にa＝1を入れると、1＝2b

bを求めるために両辺を2で割って、$\frac{1}{2}=b$

したがって、$b=\frac{1}{2}$

aが1のとき、bは$\frac{1}{2}$になるから、

$a:b=1:\frac{1}{2}$

$a:b=\underline{\underline{2:1}}$ ⬅ 整数の比にするために両方に2をかける

●**解法2**　b＝1とすると、a＝2×1＝2

したがって、$a:b=\underline{\underline{2:1}}$

例題

$3a=4b$ のとき、a：b を求めなさい。（a、b は整数とする）

解答

$a=1$ とする。$3a=4b$ の式に $a=1$ を入れると、$3\times1=4b$

b を求めるために両辺を４で割って、$\frac{3}{4}=b$

したがって、$b=\frac{3}{4}$

a が１のとき、b は $\frac{3}{4}$ になるから、

$a:b=1:\frac{3}{4}$

$a:b=\underline{\underline{4:3}}$ ⬅ 整数の比にするために両方に４をかける

例題

$5a=3b=4c$ のとき、a：b：c を求めなさい。
（a、b、c は整数とする）

解答

$5a=3b=4c$ の式に $a=1$ を入れると、$5\times1=3b=4c$

すなわち $\underbrace{\overbrace{5=3b}^{①}=4c}_{②}$

①部分の $5=3b$ から $b=\frac{5}{3}$　②部分の $5=4c$ から $c=\frac{5}{4}$

したがって、$a:b:c=1:\frac{5}{3}:\frac{5}{4}$

分母の３と４を消すために、a、b、c それぞれに 3×4 をかける。

$1\times(3\times4):\frac{5}{\cancel{3}}\times(\cancel{3}\times4):\frac{5}{\cancel{4}}\times(3\times\cancel{4})=\underline{\underline{12:20:15}}$

例題

$\frac{1}{2}a=5b=\frac{1}{3}c$ のとき、a：b：c を求めなさい。
（a、b、c は整数とする）

解答

$\frac{1}{2}a=5b=\frac{1}{3}c$ の式に $a=1$ を入れると、$\frac{1}{2}\times1=5b=\frac{1}{3}c$

すなわち $\underbrace{\overbrace{\frac{1}{2}=5b}^{①}=\frac{1}{3}c}_{②}$

①部分の $\frac{1}{2}=5b$ から $b=\frac{1}{10}$　②部分の $\frac{1}{2}=\frac{1}{3}c$ から $c=\frac{3}{2}$

したがって、$a:b:c=1:\frac{1}{10}:\frac{3}{2}$

分母の10と２を消すために、a、b、c それぞれに10をかける。

$10:1:\frac{3}{2}\times10=\underline{\underline{10:1:15}}$

2 一次方程式

例題

$P\times 3l-P\times 2l-V\times 6l=0$のとき、$V$を$P$を用いて表しなさい。
ただし、Vは未知数、P、lは既知数とする。

解答

❶ 未知数（求めたい数）と既知数（わかっている数）を見極める。未知数に印をつけるのも有効。
❷ すべての項に共通する文字を消す。
❸ 未知数を左辺に集め、既知数を右辺に集める。

❶ 未知数と既知数を見極める。

未知数

$$P\times 3l-P\times 2l-V\times 6l=0$$

$$\underline{3Pl-2Pl}-V\times 6l=0$$

まとめる

$$Pl-V\times 6l=0$$

❷ すべての項に共通する文字lを消すために、すべてをlで割る。

$$\frac{P\cancel{l}}{\cancel{l}}-\frac{V\times 6\cancel{l}}{\cancel{l}}=\frac{0}{l}$$

$$P-6V=0$$

❸ 未知数を左辺に集め、既知数を右辺に集める。

$-6V=-P$ ⬅ Pを右辺に移すと符号が逆になる

$6V=P$ ⬅ 両辺に－１をかける

$\frac{6V}{6}=\frac{P}{6}$ ⬅ $V=○P$にするために両辺を６で割る

$$\underline{\underline{V=\frac{1}{6}P}}$$

例題

$V\times 4l-2P\times 3l=0$のとき、VをPを用いて表しなさい。

解答

$$V\times 4l-2P\times 3l=0$$

$$4Vl-6Pl=0$$

$4V=6P$ ⬅ $-6P$を右辺に移すと符号が逆になる

$\frac{4V}{4}=\frac{6P}{4}$ ⬅ $V=○P$にするために両辺を４で割る

$$\underline{\underline{V=\frac{3}{2}P}}$$

例題

$-\frac{3}{2}P\times 5l-\frac{2}{3}V\times 2l=0$のとき、$V$を$P$を用いて表しなさい。

解答

$$-\frac{3}{2}P\times 5l-\frac{2}{3}V\times 2l=0$$

$$-\frac{3\times 5}{2}Pl-\frac{2\times 2}{3}Vl=0$$

$$-\frac{15}{2}P\cancel{l}-\frac{4}{3}V\cancel{l}=0$$

$-\frac{4}{3}V=\frac{15}{2}P$ ⬅ $-\frac{15}{2}Pl$を右辺に移すと符号が逆になる

$\frac{4}{3}V=-\frac{15}{2}P$ ⬅ 両辺に－１をかける

$V=-\frac{15}{2}P\times\frac{3}{4}$ ⬅ $V=○P$にするために両辺に$\frac{3}{4}$をかける

$$\left(\cancel{\frac{4}{3}}V\times\cancel{\frac{3}{4}}=-\frac{15}{2}P\times\frac{3}{4}\right)$$

$$\underline{\underline{V=-\frac{45}{8}P}}$$

例題

$P\times 2l-V\times\frac{l}{2}-3P\times\frac{l}{3}=0$ のとき、VをPを用いて表しなさい。

解答

$$P\times 2l-V\times\frac{l}{2}-3P\times\frac{l}{3}=0$$

$$\underline{2Pl}-\frac{1}{2}Vl\underline{-Pl}=0$$

まとめる

$$P\cancel{l}-\frac{1}{2}V\cancel{l}=0$$

$$-\frac{1}{2}V=-P$$

$$\frac{1}{2}V=P$$

$$\underline{\underline{V=2P}}$$

例題

$\frac{3}{2}Vl+Vl-35Pl=0$ のとき、VをPを用いて表しなさい。

解答

$$\underline{\frac{3}{2}Vl}+\overline{Vl}-35Pl=0$$

まとめる

$$\left(\frac{3}{2}+1\right)Vl-35Pl=0$$

$$\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{2}\right)Vl-35Pl=0$$

$$\frac{5}{2}V\cancel{l}-35P\cancel{l}=0$$

$$\frac{5}{2}V=35P$$

$$V=35P\times\frac{2}{5}=\underline{\underline{14P}}$$

3　連立方程式

例題

$$3Vl+Hl=35Pl$$
$$2Vl-Hl=0$$

のとき、VとHをPを用いて表しなさい。（VとHが未知数、Pとlが既知数）

解答

まずは２つの式のすべての項に共通するlを消去する。

$3V+H=35P$……❶

$2V-H=0$　……❷

VとHの連立方程式を解くために、片方（ここではH）を消去して、残った片方（ここではV）の式にして解く。

●**解法１**　❷の式からHを求め、その値を❶の式のHへ代入してVだけの式をつくる。

❷の式から$-H=-2V$

$H=2V$　⬅　❷を$H=$○の式にする

これを❶のHに代入して、Vだけの式をつくる。

$3V+(2V)=35P$

$5V=35P$　$\therefore V=7P$

これを❷に代入して

$2\times(7P)-H=0$

$14P-H=0$

$-H=-14P$　$\therefore H=14P$

したがって、$\underline{\underline{V=7P\quad H=14P}}$

●**解法２**　❶の式と❷の式の左辺どうし、右辺どうしを足して、Vだけの式をつくる。

$$\begin{array}{rl} & 3V+H=35P\cdots\cdots❶ \\ +) & \underline{2V-H=0\quad\cdots\cdots❷} \\ & 5V\qquad=35P\cdots\cdots❶+❷ \end{array}$$

したがって、$V=7P$

これを❷に代入して、解法１と同様に$H=14P$

なお、この方法は、A＝B及びC＝Dが成り立つとき、
（A＋C）＝（B＋D）が成り立つことを利用している。

例 題

$3V+2H=12P$……❶
$4V-3H=-P$……❷
のとき、VとHをPを用いて表しなさい。（VとHが未知数、Pが既知数）

解 答

●**解法１**　❷の式からHを求め、その値を❶の式のHへ代入してVだけの式をつくる。

❷の式から$-3H=-4V-P$

$3H=4V+P$

$H=\frac{1}{3}(4V+P)$　⬅　❷をH＝○の式にする

これを❶のHに代入して、Vだけの式をつくる。

$3V+2\times\underline{\frac{1}{3}(4V+P)}=12P$

$9V+2(4V+P)=36P$　⬅　すべての項に３をかける

$9V+8V+2P=36P$

$17V=34P\quad\therefore V=2P$

これを❷に代入して

$4\times(2P)-3H=-P$

$8P-3H=-P$

$-3H=-9P\quad\therefore H=3P$

したがって、$\underline{\underline{V=2P\quad H=3P}}$

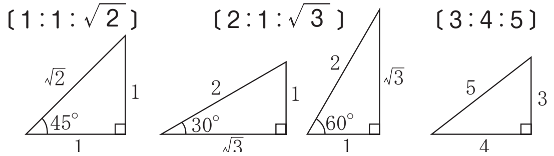
●**解法２**　❶の式の全体を３倍、❷の式の全体を２倍して、ともに6Hとし、❶の式と❷の式の左辺どうし、右辺どうしを足して、Vだけの式をつくる。

全体を×３
$3V+2H=12P$……❶　➡　$9V+6H=36P$……❶'
$4V-3H=-P$……❷　➡+）$8V-6H=-2P$……❷'
全体を×２　$17V=34P$……❶'＋❷'

したがって、$\underline{\underline{V=2P}}$
これを❷に代入して、**解法１**と同様に、$\underline{\underline{H=3P}}$

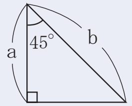
4　三角比

直角三角形の辺の比は以下となる。


〔1：1：√2〕　〔2：1：√3〕　〔3：4：5〕

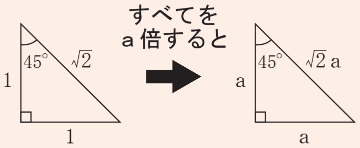
例 題

ｂをａを用いて表しなさい。



解 答

●**解法１**



したがって、$\underline{\underline{b=\sqrt{2}\ a}}$

●**解法２**　（内項の積）＝（外項の積）を使う。

$a:b=1:\sqrt{2}$　➡　$b\times1=a\times\sqrt{2}$

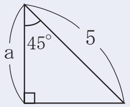
内項の積$b\times1$

外項の積$a\times\sqrt{2}$

したがって、$\underline{\underline{b=\sqrt{2}\ a}}$

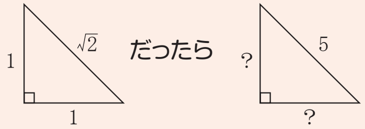
例 題

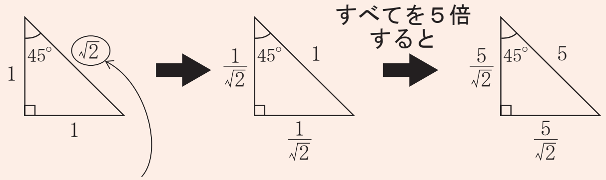
aの長さを求めなさい。



解 答

●**解法１**　45°の直角三角形（辺の比が１：１：$\sqrt{2}$）の$\sqrt{2}$を５に換算したとき、１が換算される値がａとなる。最初から$\sqrt{2}$➡５には換算しにくいため、まずは$\sqrt{2}$➡１にした後、５倍する。





５に対応する$\sqrt{2}$を１にするため、まずはそれぞれの辺を$\sqrt{2}$で割る。

$\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=1\right)$

したがって、$\underline{\underline{a=\frac{5}{\sqrt{2}}}}$

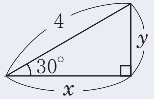
●**解法２**　$a:5=1:\sqrt{2}$

$\sqrt{2}\,a=5$

$\underline{\underline{a=\frac{5}{\sqrt{2}}}}$

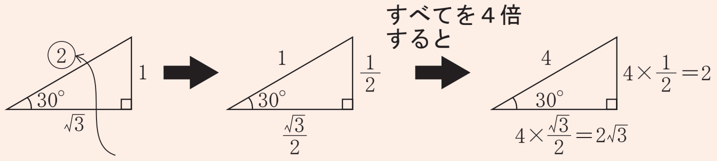
例 題

x、*y*の長さを求めなさい。



解 答

●**解法１**



４に対応する２を１にするため、まずはそれぞれの辺を２で割る

したがって、$\underline{\underline{x=2\sqrt{3}\qquad y=2}}$

●**解法２**　$x:4=\sqrt{3}:2$

$2x=4\sqrt{3}$

$\underline{\underline{x=2\sqrt{3}}}$

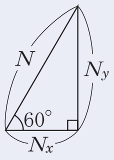
$y:4=1:2$

$2y=4$

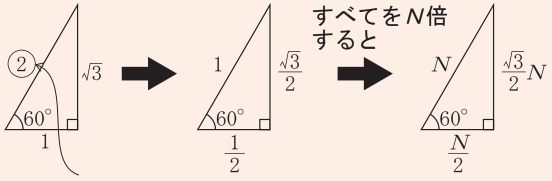
$\underline{\underline{y=2}}$

例題

Nx、NyをNを用いて表しなさい。



解答



Nに対応する２を１にするため、まずはそれぞれの辺を２で割る

したがって、$\underline{\underline{N_x=\frac{N}{2}\quad N_y=\frac{\sqrt3}{2}N}}$

5　分母の有理化

「分母の有理化」とは、分母に√を含まないようにすることをいう。

$\frac{4P}{\sqrt2}$の分母（$\sqrt2$）の√を取るには、分子と分母の両方に$\sqrt2$をかければよい。

$$\frac{4P}{\sqrt2}=\frac{4P}{\sqrt2}\times\underset{\text{これは1}}{\boxed{\frac{\sqrt2}{\sqrt2}}}=\boxed{\frac{4P\times\sqrt2}{\sqrt2\times\sqrt2}}=\frac{4\sqrt2P}{2}=2\sqrt2P$$

例題

$\frac{2P}{3\sqrt3}$の分母を有理化しなさい。

解答

$$\frac{2P}{3\sqrt3}=\frac{2P}{3\sqrt3}\times\frac{\sqrt3}{\sqrt3}=\frac{2\sqrt3P}{3\times\underbrace{\sqrt3\times\sqrt3}_{=3}}=\underline{\underline{\frac{2\sqrt3P}{9}}}$$

例題

$\frac{2P}{\sqrt2}$の分母を有理化しなさい。

解答

$$\frac{2P}{\sqrt2}=\frac{2P}{\sqrt2}\times\frac{\sqrt2}{\sqrt2}=\frac{2\sqrt2P}{2}=\underline{\underline{\sqrt2P}}$$

6　単位の換算

例題

300cm^{4}をmm^{4}で表しなさい。

解答

まずは１cmが何mmかを考える。

１cm＝10mmのため、両辺を４乗して

$(1\,\text{cm})^4=(10\text{mm})^4$

$1^4\text{cm}^4=10^4\text{mm}^4$ ⬅ （１cm）^{4}を求める際、数値（１）と単位（cm）が４乗される

$\underline{1\,\text{cm}^4}=\underline{10^4\text{mm}^4}$

したがって、$300\underline{\text{cm}^4}=300\times\underline{10^4\text{mm}^4}=3\times10^2\times10^4\text{mm}^4=\underline{\underline{3\times10^6\text{mm}^4}}$

例題

300㎜^{4}を㎝^{4}で表しなさい。

解答

まずは１㎜が何㎝かを考える。

１㎝＝10㎜のため、両辺を10で割り、右辺と左辺を逆にして

１㎜＝10^{-1}㎝　　← $\frac{1}{10}=10^{-1}$となる

両辺を４乗して

(１㎜)^4＝(10^{-1}㎝)^4

1^4㎜^{4}＝$(10^{-1})^4$㎝^{4}　← (１㎜)^{4}を求める際､数値(１)と単位（㎜）が４乗される

$\underline{1\text{㎜}^4 = 10^{-4}\text{㎝}^4}$

したがって、$300\underline{\text{㎜}^4} = 300 \times \underline{10^{-4}\text{㎝}^4} = 3 \times 10^2 \times 10^{-4}\text{㎝}^4$

$= \underline{\underline{3 \times 10^{-2}\text{㎝}^4}}$ (＝0.03㎝^{4})

例題

200,000N·㎜をkN·mで表しなさい。

解答

まずは１Nが何kNで、１㎜が何mかを考える。

１kN＝1,000Nなので、両辺に10^{-3}（＝$\frac{1}{1,000}$）をかけ、

右辺と左辺を逆にして$\underline{1\text{N} = 10^{-3}\text{kN}}$

１m＝1,000㎜なので、両辺に10^{-3}（＝$\frac{1}{1,000}$）をかけ、

右辺と左辺を逆にして$\underline{1\text{㎜} = 10^{-3}\text{m}}$

したがって、200,000N·㎜＝$2 \times 10^5 \underline{\text{N}} \cdot \underline{\text{㎜}}$

$= 2 \times 10^5 \times \underline{10^{-3}\text{kN}} \times \underline{10^{-3}\text{m}}$

$= \underline{\underline{2 \times 10^{-1}\text{kN}\cdot\text{m}}}$ （＝0.2kN·m）

第１章　建築物に働く力

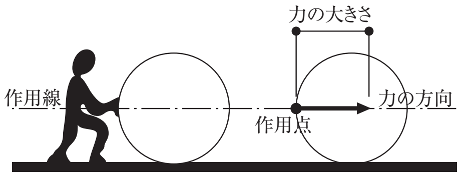
建築物に加わる力を荷重、建築物が地面と接する部分を支点といいます。また支点には、荷重によって建築物が動かないように、地面が押し返す力である反力が生じています。ここではまず、この反力を計算してみましょう。

第１節　力のつり合い

１　力及びモーメント

1　力の3要素

物体を押したり、引いたりすると物体には力が作用して移動します。その力を表すものに、力の大きさ、力の方向、力の作用点（力が作用する点）があり、これらを力の３要素と呼びます。



力の3要素

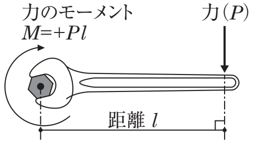
力の単位として、N（ニュートン）、kN（キロニュートン）が使われます。

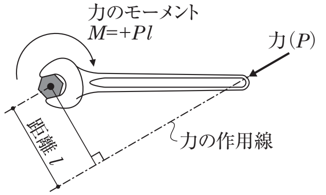
2　モーメント

モーメントとは、ある点を中心として力が回転を起こす働きのことをいい、記号Mで表します。**モーメントは、力に距離を乗じて求めます**が、距離の取り方は図のように力の作用線に垂線を下ろした最短距離とします。

モーメントM＝力×距離（力の作用線に下ろした垂線の長さ）

モーメントの単位として、N·㎜、kN·mなどが使われます。

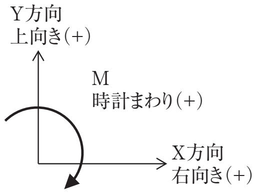




3 力及びモーメントの符号

本書では、後述する力のつり合い条件式を用いて反力や応力を計算するときに、力及びモーメントの正の方向を右図のように仮定します。

すなわち、水平方向（X方向）は右向き、鉛直方向（Y方向）は上向き、**モーメントは時計回り**を、それぞれ正（＋）の方向とします。



2 力のつり合い

1 力のつり合い条件式

物体にいくつかの力が作用しているとき、その物体が移動も回転もしないで静止状態であれば、これらの力は「つり合っている」といいます。

力がつり合って物体が静止しているとき、X方向の力をすべて足したときに0となり、Y方向の力をすべて足したときに0となり、回転させようとするモーメントをすべて足したときに0になります。

例えば、地面に置かれた物体に右向きの力P（＋の向き）が作用し、地面から同じ大きさPで左向き（－の向き）の力を受けたときに、X方向の力の合計は、＋P－P＝0となり、つり合っています。

力がつり合っているときに、次の3つの**力のつり合い条件式**が成り立ちます。

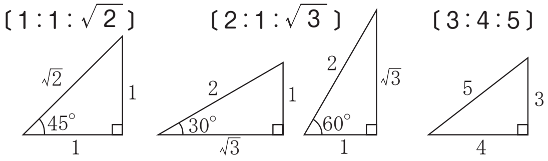
- ● ΣX＝0 X方向の力の総和が0
- ● ΣY＝0 Y方向の力の総和が0
- ● ΣM＝0 任意の点で、モーメントの総和が0

つり合い条件式のうち、ΣM＝0は、回転の中心をどの点に選んでも必ず成り立ちます。
「Σ」は、すべての数を足すという記号で、シグマと読みます。

2 力の分解

力のつり合い条件式ΣX＝0、ΣY＝0を使用するときに、例えば、**力が斜め方向に作用している場合**や、部材が斜めになっている場合には、力の向きや部材に生じる力を計算するときに、**XY方向に分解してから**力のつり合い条件式ΣX＝0、ΣY＝0を用います。

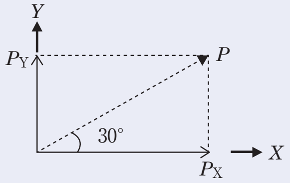
試験では、以下に示す直角三角形が出題されます。



図に示す、直角三角形の3辺の比は絶対に覚えましょう。 $\sqrt{2}$ ≒1.41、$\sqrt{3}$ ≒1.73で、斜辺が一番長くなります。

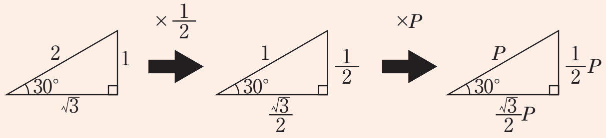
例題

X軸に対して30°の角度で力 P が作用するとき、P をX、Y方向に分解した力 P_X、P_Y を求めなさい。



解答

30°を含む直角三角形の比は、図に示すとおり1：2：$\sqrt{3}$になる。すべての辺の長さを$\frac{1}{2}$倍して、力Pの辺の比2を1にする。次にすべての辺の長さをP倍すると、P_X、P_Yを求めることができる。



$$P_X=\frac{\sqrt{3}}{2}P$$

$$P_Y=\frac{1}{2}P$$

TAC