

令和 3 年度

第 2 種

機械・制御

(第 2 時限目)

答案用紙記入上の重要事項及び注意事項

指示がありましたら答案用紙（記述用紙）2枚を引き抜いてください。答案用紙には、2枚とも直ちに試験地、受験番号及び生年月日を記入してください。

1. 重要事項

- a. 「選択した問の番号」欄には、必ず選択した問番号を記入してください。
記入した問番号で採点されます。問番号が未記入のものは、採点されません。
- b. 計算問題では、解に至る過程を簡潔に記入してください。
導出過程が不明瞭な答案は、0点となる場合があります。

2. 注意事項

- 記入には、濃度HBの鉛筆又はシャープペンシルを使用してください。
- 答案用紙は1問につき1枚としてください。
- 計算問題の答は、特に指定がない限り、有効数字は3桁です。なお、解答以外の数値の桁数は、誤差が出ないように多く取ってください。

例：線電流 I は

$$I = \frac{P}{\sqrt{3}V \cos \theta} = \frac{10 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 200 \times 0.9} = 32.075 \text{ A} \quad (\text{答}) 32.1 \text{ A}$$

1線当たりの損失 P_L は

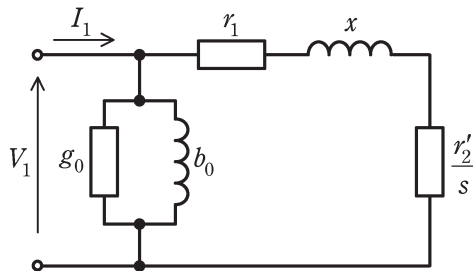
$$P_L = I^2 R = 32.075^2 \times 0.2 = 205.76 \text{ W} \quad (\text{答}) 206 \text{ W}$$

- 記述問題については、問題の要求を逸脱しないでください。
例：「問題文に3つ答えよ。」という要求で、4つ以上答えてはいけません。
- 氏名は記載しないでください。（答案用紙に氏名記載欄はありません。）

答案用紙は、白紙解答であっても2枚すべて提出してください。
なお、この問題冊子についてはお持ち帰りください。

問 1～問 4 の中から任意の 2 問を解答すること。(配点は 1 問題当たり 30 点)

問 1 滑り s で運転している三相誘導電動機の星形結線一相当りの L 形等価回路を下図に示す。回路定数はそれぞれ以下のとおりである。ただし、等価回路の端子電圧(相電圧)を V_1 、入力電流を I_1 、電源周波数を f 、極対数を p とし、等価回路の励磁コンダクタンス g_0 及び励磁サセプタンス b_0 は無視できるものとする。



g_0 : 励磁コンダクタンス

b_0 : 励磁サセプタンス

r_1 : 一次抵抗

r_2' : 一次換算二次抵抗

x : 漏れリアクタンス

次の問については、図に記載されている記号を用いて答えよ。

- (1) 入力電流 I_1 の式を求めよ。
- (2) 機械的出力 P_o の式を求めよ。
- (3) 同期角速度 ω_s を電源周波数 f 及び極対数 p を用いて表せ。
- (4) この誘導電動機の発生トルク T の式を求めよ。
- (5) 最大トルクが得られる滑り s_m の式を求めよ。
- (6) 最大トルク T_m の式を求めよ。

問2 容量 $200 \text{ kV}\cdot\text{A}$ 、一次電圧 $11\,000 \text{ V}$ 、二次電圧 440 V 、周波数 50 Hz を定格とし、自己容量基準の短絡インピーダンス $\%z$ が 4.5% の単相変圧器がある。この変圧器の二次側を短絡し一次側に定格電流を流したときの一次側の電力計の指示は 1.5 kW であった。

この変圧器について、次の問に答えよ。ただし、変圧器の励磁電流、鉄損は無視できるものとする。

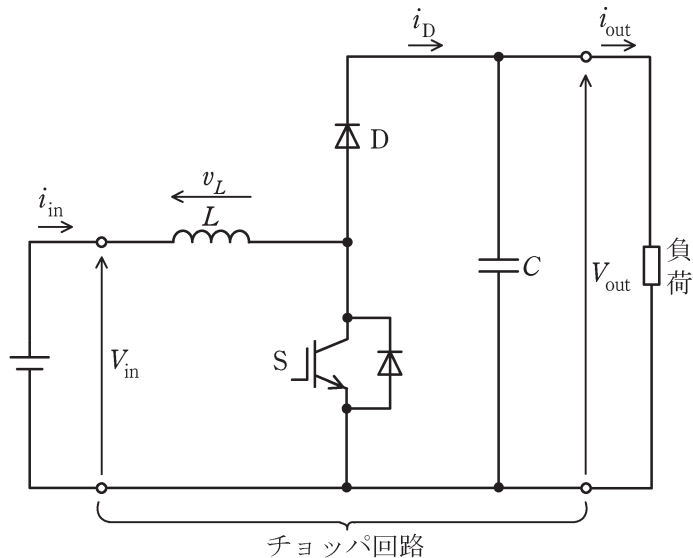
- (1) $\%z$ のうち抵抗分 ($\%r$)、リアクタンス分 ($\%x$) を答えよ。
- (2) 短絡インピーダンスの一次換算値 $Z[\Omega]$ を答えよ。
- (3) $Z[\Omega]$ の抵抗分 $R[\Omega]$ 及び、リアクタンス分 $X[\Omega]$ を答えよ。
- (4) この変圧器の二次側にリアクトルを接続し、一次側に交流 $11\,000 \text{ V}$ を加えたときの二次電流は 400 A であった。このときの変圧器二次電圧 $V_2 [\text{V}]$ 及び、リアクトルの無効電力 $Q_L [\text{kvar}]$ を求めよ。なお、リアクトルの抵抗分は無視してよい。

問3 図はIGBTをスイッチングデバイスS(以下, デバイスSと略す)に用いたチョップパ回路である。このチョップパの機能は, キャパシタンス C のコンデンサとリアクタンス L のリアクトルの働きによって実現されている。入力は直流電圧 V_{in} (一定値), 出力は V_{out} である。デバイスSは, T_{on} の時間はオン, T_{off} の時間はオフを繰り返す, 周期は一定で, $T_{on} + T_{off}$ である。入力電流 $i_{in} > 0$, 全ての回路素子は理想的と仮定して, 次の間に答えよ。

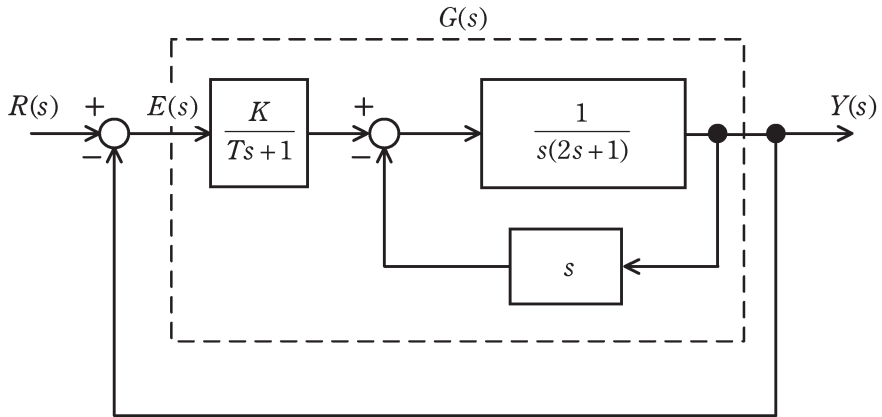
- (1) このチョップパ回路は太陽光発電でよく用いられている。その理由についてチョップパ回路の V_{in} と V_{out} の大小関係に触れつつ簡単に述べよ。
- (2) T_{on} の時間において, リアクトルの電圧 v_L を求めよ。また, 求めた式をもとに電流 i_{in} は増加するか, 減少するか述べよ。
- (3) T_{off} の時間において, リアクトルの電圧 v_L を求めよ。また, 求めた式をもとに電流 i_{in} は増加するか, 減少するか述べよ。

次に, コンデンサのキャパシタンス C は十分に大きく, チョップパの出力電圧は一定値 V_{out} に平滑されているものとする。さらに, 電流 i_{in} のリップルが十分に小さく一定値 I_{in} と見なせると仮定する。このとき,

- (4) ダイオードDに流れる電流 i_D の平均値 I_D を T_{on} , T_{off} , I_{in} を用いて示せ。
- (5) 出力電圧 V_{out} を T_{on} , T_{off} , V_{in} を用いて示せ。



問4 図に示すフィードバック制御系について、次の問に答えよ。ここで、 $R(s)$ は目標値、 $E(s)$ は制御偏差、 $Y(s)$ は制御量であり、 $K > 0$ とする。



- (1) 開ループ伝達関数 $G(s) = \frac{Y(s)}{E(s)}$ を求めよ。
- (2) 閉ループ伝達関数 $W(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$ を求めよ。
- (3) この制御系において、 $T=0$ としたとき、閉ループ伝達関数 $W(s)$ の特性方程式は二次方程式となる。目標値のステップ状変化に対する制御量の時間応答 $y(t)$ が振動的になる K の条件を求めよ。
- (4) 小問(3)の制御系において $K=1$ としたとき、目標値の単位インパルス変化に対する制御量の時間応答 $y(t)$ を求めよ。
 必要に応じて、ラプラス変換の複素領域における推移定理である $\mathcal{L}[e^{-at}x(t)] = X(s+a)$ を使ってよい。
- (5) この制御系において、 $T=2$ としたとき、閉ループ伝達関数 $W(s)$ の特性方程式は三次方程式となる。制御系を安定にする K の条件をラウス・フルビッツの安定判別法を適用して求めよ。

<機械・制御科目>

[問1の標準解答]

- (1) 入力電流 I_1 は、この場合、等価回路の励磁コンダクタンス g_0 及び励磁サセプトランス b_0 は無視できるので、以下の式となる。

$$I_1 = \frac{V_1}{\sqrt{\left(r_1 + \frac{r'_2}{s}\right)^2 + x^2}} \quad \dots \text{(答)}$$

- (2) 二次（回転子）回路に流れる電流の一次側換算値を I'_2 とすると、 g_0 及び b_0 は無視できるので $I'_2 = I_1$ であるから、機械的出力 P_o の式は以下となる。

$$P_o = 3 \frac{1-s}{s} r'_2 I_2^2 = 3 \frac{1-s}{s} r'_2 I_1^2 = 3 \frac{1-s}{s} r'_2 \cdot \frac{V_1^2}{\left(r_1 + \frac{r'_2}{s}\right)^2 + x^2} \quad \dots \text{(答)}$$

- (3) f 及び p を用いて ω_s の式を表すと以下となる。

$$\omega_s = \frac{2\pi f}{p} \quad \dots \text{(答)}$$

- (4) 誘導電動機の発生トルク T は、以下の式となる。

$$\begin{aligned} T &= \frac{P_o}{(1-s)\omega_s} = \frac{p}{(1-s)2\pi f} \cdot 3 \frac{1-s}{s} r'_2 \cdot I_2^2 = \frac{3p}{2\pi f} \cdot \frac{r'_2}{s} I_1^2 \\ &= \frac{3p}{2\pi f} \cdot \frac{r'_2}{s} \cdot \frac{V_1^2}{\left(r_1 + \frac{r'_2}{s}\right)^2 + x^2} \quad \dots \text{(答)} \end{aligned}$$

- (5) 上記(4)の式から、分母を s について整理して、

$$T = \frac{3p}{2\pi f} \cdot \frac{r'_2}{s} \cdot \frac{V_1^2}{r_1^2 + 2\frac{r_1 r'_2}{s} + \left(\frac{r'_2}{s}\right)^2 + x^2} = \frac{3p}{2\pi f} \cdot \frac{r'_2 V_1^2}{s(r_1^2 + x^2) + 2r_1 r'_2 + \frac{r'^2_2}{s}} \quad \dots \text{①}$$

①式において、最大トルク T_m を求めるために、変数を滑り s として分母を s で微分し、分母の最小条件（極値となる条件）を求める。

$$\frac{d}{ds} \left[s(r_1^2 + x^2) + 2r_1 r_2' + \frac{r_2'^2}{s} \right] = r_1^2 + x^2 - \frac{r_2'^2}{s^2} = 0$$

$$\therefore r_1^2 + x^2 = \frac{r_2'^2}{s^2}, \quad s^2 = \frac{r_2'^2}{r_1^2 + x^2}$$

$$s = \pm \sqrt{\frac{r_2'^2}{r_1^2 + x^2}} = \pm \frac{r_2'}{\sqrt{r_1^2 + x^2}}$$

電動機の場合、 $0 < s < 1$ であるから、滑りの符号は正である。

したがって、 T_m のときの滑り s_m は次式となる。

$$s_m = \frac{r_2'}{\sqrt{r_1^2 + x^2}} \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

..... (答)

(6) ②式を①式の s に代入し、 T_m を求めると、

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{3p}{2\pi f} \cdot \frac{r_2' V_1^2}{\sqrt{r_1^2 + x^2} (r_1^2 + x^2) + 2r_1 r_2' + r_2'^2 \frac{\sqrt{r_1^2 + x^2}}{r_2'}} \\ &= \frac{3p}{2\pi f} \cdot \frac{V_1^2}{\sqrt{r_1^2 + x^2} + 2r_1 + \sqrt{r_1^2 + x^2}} = \frac{3p}{2\pi f} \cdot \frac{V_1^2}{2r_1 + 2\sqrt{r_1^2 + x^2}} \\ &= \frac{3p}{4\pi f} \cdot \frac{V_1^2}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + x^2}} \dots \dots \textcircled{\text{答}} \end{aligned}$$

[問2の標準解答]

- (1) 短絡インピーダンスの抵抗分を R [Ω] とすると, $\%r$ [%] は次式で定義される。ここに P_{loss} = 二次短絡試験の電力, P_0 = 変圧器定格容量, V_1 = 変圧器一次定格電圧, I_1 = 変圧器一次定格電流

$$\%r = \frac{R \times I_1}{V_1} \times 100 = \frac{R \times I_1^2}{V_1 \times I_1} \times 100 = \frac{P_{\text{loss}}}{P_0} \times 100 = \frac{1.5}{200} \times 100 = 0.75$$

$$\therefore \%x = \sqrt{\%z^2 - \%r^2} = \sqrt{4.5^2 - 0.75^2} = \sqrt{20.25 - 0.5625} \doteq 4.4371$$

答え $\%r = 0.75\%$, $\%x = 4.44\%$

- (2) Z :

$\%z$ と実インピーダンス Z [Ω] の関係は定格電圧と定格容量により次式で示される。

$$Z = \%z \times \frac{1}{100} \times \frac{V_1^2}{P_0}$$

ここでは一次換算を求めるので, V_1 を一次電圧, P_0 を変圧器容量として以下となる。

$$Z = 4.5 \times \frac{1}{100} \times \frac{11\,000^2}{200\,000} = 27.225$$

答え $Z = 27.2\ \Omega$

- (3) R, X :

小問(1)で求めた抵抗分とリアクタンス分のパーセント値及び小問(2)の $Z = 27.225\ \Omega$ を使って, 次式のように求められる。

$$R = \frac{\%r}{\%z} \times Z = \frac{0.75}{4.5} \times 27.225 = 4.5375$$

$$X = \frac{\%x}{\%z} \times Z = \frac{4.437}{4.5} \times 27.225 \doteq 26.844$$

答え $R = 4.54\ \Omega$, $X = 26.8\ \Omega$

- (4) 二次電圧, リアクトル無効電力 (V_2, Q_L)

変圧器の一次, 二次の巻数比は $a = 25$ (11 000 : 440) であるので, 一次電流 I_1 は

$$I_1 = \frac{1}{a} \times I_2 = \frac{1}{25} \times 400 = 16 \text{ A}$$

$$\text{皮相電力 } S = 11000 \times 16 = 176000 \text{ V} \cdot \text{A}$$

負荷リアクトルの抵抗は 0Ω であるので、回路の有効電力は巻線の抵抗による分の次式で示される。

$$\text{変圧器巻線の有効電力 } P_c = R \times 16^2 = 4.5375 \times 16^2 = 1161.6 \text{ W}$$

変圧器巻線による無効電力は次式で示される。

$$\text{変圧器巻線の無効電力 } Q_c = X \times 16^2 = 26.844 \times 16^2 = 6872.1 \text{ var}$$

二次側負荷リアクトルの無効電力を Q_L [var] とすると次式が成立し、これを解いて、 Q_L を求める。

$$S = \sqrt{P_c^2 + (Q_c + Q_L)^2}$$

$$Q_L = \sqrt{S^2 - P_c^2} - Q_c = \sqrt{(176000)^2 - (1161.6)^2} - 6872.1$$

$$= 169120 \text{ var} \doteq 169 \text{ kvar}$$

二次電圧 V_2 は

$$V_2 = \frac{169120}{400} = 422.8 \doteq 423$$

$$\text{答え } V_2 = 423 \text{ V}, Q_L = 169 \text{ kvar}$$

[問3の標準解答]

- (1) (例1) 入力 V_{in} よりも出力 V_{out} が大きい。太陽光発電で発電した直流電圧をより高い電圧のバッテリーに充電するから。(例2) $V_{in} < V_{out}$ である。系統の電圧波高値が太陽光発電の電圧よりも高いことがあるから。
- (2) リアクトルには電源の直流電圧 V_{in} が直接印加される。リアクトルの電圧は

$$v_L = V_{in} = L \frac{di_{in}}{dt} > 0 \text{ となる。したがって、電流 } i_{in} \text{ は増加する。}$$

(3) デバイス S をオフしても電流は流れ続ける。ダイオード D が導通する。リア

クトルの電圧は $v_L = V_{in} - V_{out} = L \frac{di_{in}}{dt} < 0$ となる。したがって、電流 i_{in} は減少する。

(4) 電流 I_{in} がダイオード D を流れるのはスイッチ S がオフの期間 T_{off} だけであり、その大きさは I_{in} である。スイッチ S がオンの期間 T_{on} にダイオード D を流れる

電流はゼロである。したがって、平均値 I_D は、 $I_D = I_{in} \left(\frac{T_{off}}{T_{on} + T_{off}} \right)$

(5) 電源からチョッパへの入力電力 $V_{in} \times I_{in}$ と、チョッパから負荷への出力電力

$V_{out} \times I_D$ は等しく、また小問 (4) より $V_{out} = V_{in} \left(\frac{T_{on} + T_{off}}{T_{off}} \right)$

[問 4 の標準解答]

(1) まず、内側のフィードバック結合を等価変換すると

$$\frac{1}{s(2s+1)} \cdot s = \frac{1}{s(2s+2)}$$

となる。したがって、開ループ伝達関数 $G(s)$ は、次のように求められる。

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1} \cdot \frac{1}{s(2s+2)}$$

$$= \frac{K}{s(Ts+1)(2s+2)} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

…(答)

(2) 閉ループ伝達関数 $W(s)$ は、小問 (1) で求めた $G(s)$ を使って

$$W(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

で計算することができる。②式に①式を代入すると

$$W(s) = \frac{\frac{K}{s(Ts+1)(2s+2)}}{1 + \frac{K}{s(Ts+1)(2s+2)}} = \frac{K}{2Ts^3 + (2T+2)s^2 + 2s + K} \dots\dots\dots ③$$

…(答)

となる。

(3) ③式に $T=0$ を代入すると閉ループ伝達関数 $W(s)$ は

$$W(s) = \frac{K}{2s^2 + 2s + K} \dots\dots\dots ④$$

となる。④式から、この制御系の系の特性方程式は

$$2s^2 + 2s + K = 0 \dots\dots\dots ⑤$$

であることがわかる。

目標値のステップ状変化に対する制御量の時間応答 $y(t)$ が振動的になるのは、⑤式の根が複素数になる場合である。すなわち、⑤式の判別式 D が $D < 0$ となる条件

$$4 - 8K < 0$$

を解いて

$$K > 0.5 \dots\dots\dots ⑥$$

…(答)

を得る。

(4) ④式で $K=1$ とおくと次のようになる。

$$W(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{2s^2 + 2s + 1} \dots\dots\dots ⑬$$

目標値は単位インパルス関数なので、 $R(s)=1$ である。したがって、

$$Y(s) = \frac{1}{2s^2 + 2s + 1} = \frac{0.5}{s^2 + s + 0.5} \dots\dots\dots ⑭$$

を逆ラプラス変換することで単位インパルス応答 $y(t)$ を得ることができる。

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{0.5}{s^2 + s + 0.5} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{0.5}{(s+0.5)^2 + 0.5^2} \right]$$

$$= e^{-0.5t} \sin 0.5t \dots\dots\dots \textcircled{15}$$

…(答)

(5) ③式に $T = 2$ を代入すると閉ループ伝達関数 $W(s)$ は

$$W(s) = \frac{K}{4s^3 + 6s^2 + 2s + K} \dots\dots\dots \textcircled{18}$$

となる。この制御系の特性方程式

$$4s^3 + 6s^2 + 2s + K = 0 \dots\dots\dots \textcircled{19}$$

を使ってラウス表を作ると次のようになる。

s^3 行	4	2	0
s^2 行	6	K	0
s^1 行	$\frac{12-4K}{6}$	0	
s^0 行	K		

このシステムが安定となる必要十分条件は、次式が成立することである。

$$12 - 4K > 0 \dots\dots\dots \textcircled{20}$$

$$K > 0 \dots\dots\dots \textcircled{21}$$

②0式と②1式から

$$0 < K < 3 \dots\dots\dots \textcircled{22}$$

…(答)

を得る。