令和元年度

第　２　種

機械・制御

（第２時限目）

第２種　**機械・制御**

答案用紙記入上の重要事項及び注意事項

指示がありましたら答案用紙（記述用紙）２枚を**引き抜いて**ください。答案用紙には，**２枚とも直ちに試験地，受験番号及び生年月日**を記入してください。

１．重要事項

ａ．「選択した問の番号」欄には，**必ず選択した問番号を記入**してください。
記入した問番号で採点されます。問番号が未記入のものは，採点されません。

ｂ．計算問題では，**解に至る過程を簡潔に記入**してください。
導出過程が不明瞭な答案は，０点となる場合があります。

２．注意事項

○　記入には，**濃度ＨＢの鉛筆又はシャープペンシルを使用してください。**

○　答案用紙は１問につき１枚としてください。

○　計算問題の答は，特に指定がない限り，有効数字は３桁です。なお，解答以外の数値の桁数は，誤差が出ないよう多く取ってください。

例：線電流 I は

$$I=\frac{P}{\sqrt{3}V\cos\theta}=\frac{10\times10^3}{\sqrt{3}\times200\times0.9}=32.075\ \mathrm{A}\quad（答）32.1\ \mathrm{A}$$

１線当たりの損失 P_L は

$$P_\mathrm{L}=I^2R=32.075^2\times0.2=205.76\ \mathrm{W}\quad（答）206\ \mathrm{W}$$

○　記述問題については，問題の要求を逸脱しないでください。

例：「問題文に３つ答えよ。」という要求で，４つ以上答えてはいけません。

○　氏名は記載しないでください。（答案用紙に氏名記載欄はありません。）

答案用紙は，白紙解答であっても２枚すべて提出してください。
なお，この問題冊子についてはお持ち帰りください。

第 2 種

機械・制御

問１～問４の中から任意の２問を解答すること。（配点は１問題当たり 30 点）

問１　三相かご形誘導電動機に関して，次の問に答えよ。

定格出力 5 kW，定格電圧 200 V，4 極の三相かご形誘導電動機がある。この電動機を 50 Hz の電源に接続して全負荷運転したとき，速度は 1 440 min^{-1} である。また，この電動機の鉄損は180 W であった。一次巻線の抵抗を r_1，一次側に換算した二次巻線の抵抗を r_2' としたとき，それらの比が $\dfrac{r_1}{r_2'} = \dfrac{2}{5}$ であった。簡易等価回路を用いて，この電動機の次の値を求めよ。ただし，機械損は無視する。

(1) 同期速度［min^{-1}］

(2) 全負荷時の滑り

(3) 全負荷時の滑り周波数［Hz］

(4) 全負荷時のトルク［N･m］

(5) 全負荷時の効率［%］

●S2－K 008

問２　表に示す定格及び特性をもつ 2 台の三相変圧器 A 及び B が並行運転をしている。次の問に答えよ。ただし，負荷力率は 90 % とし，両変圧器の定格一次電圧，定格二次電圧，変圧比，結線，相回転，及び巻線の抵抗と漏れリアクタンスとの比は等しいものとする。また，鉄損は負荷によらず一定とする。

定格・特性	変圧器 A	変圧器 B
定格容量[MV・A]	20	12
全負荷銅損[kW]	100	75
鉄損[kW]	32	20
百分率インピーダンス[%]	4	5

(1) 負荷容量を P[MV・A]とするときの変圧器 A 及び B の各負荷分担 P_A [MV・A]及び P_B [MV・A]について，それぞれを P で表せ。

(2) 変圧器 A 及び B の損失をそれぞれ P_{lA} [kW]及び P_{lB} [kW]とするとき，両変圧器の総損失 $P_L = P_{lA} + P_{lB}$ [kW]について，上記の P で表せ。

(3) 変圧器 A 及び B を合わせた効率が最大となる負荷の有効電力 P_a [MW]を求めよ。

(4) 小問(3)のときの効率の最大値 η_m を求めよ。

問３　図は太陽光発電用電力変換器の回路図である。入力電圧は$V_d = 200$ V で，直流インダクタのインダクタンスは$L_d = 1$ mH である。一方，交流系統電圧v_sは実効値$V_s = 200$ V，周波数 50 Hz の正弦波電圧で，交流インダクタL_sのリアクタンスは$X_s = 3.5\ \Omega$である。直流コンデンサCは十分に大きく電圧リプルは無視できる。S_1 ～ S_4 及びS_dのスイッチング周波数は$f_{sw} = 10$ kHz で，スイッチング素子S_dのデューティ比は$D = 0.5$一定とする。インバータは，正弦波 PWM 制御により系統電流i_sの基本波成分をv_sと同位相に制御するものとする。また，回路素子は全て理想的とし，損失は生じないものとする。次の問に答えよ。

(1) 出力電力$P_s = 4$ kW 時の，系統電流i_sの基本波実効値I_sを求めよ。

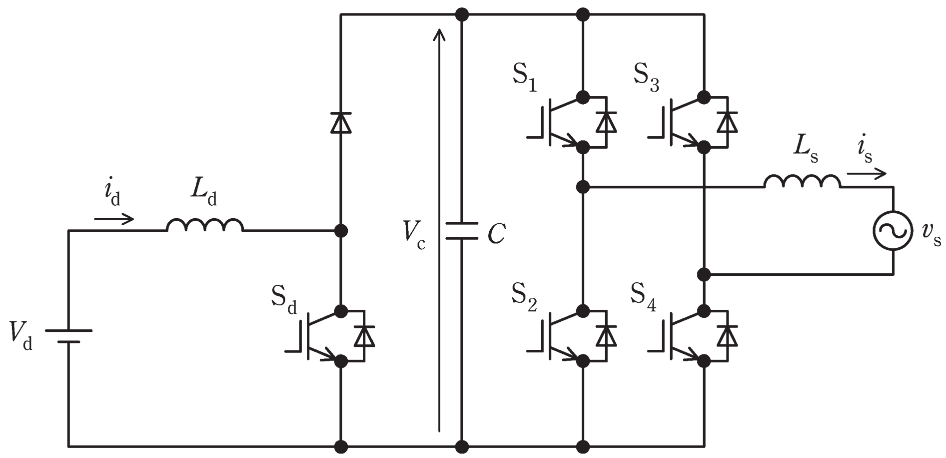
(2) 出力電力$P_s = 4$ kW 時の, 交流インダクタL_sに誘起する電圧の基本波実効値, 及びインバータ交流端子電圧の基本波実効値を求めよ。

(3) 出力電力$P_s = 4$ kW 時にi_sを制御するために必要な直流コンデンサCの電圧V_cの条件を示せ。

(4) 昇圧コンバータが電流連続モードで動作した場合，すなわち入力電流が常に$i_d > 0$の場合のコンデンサ電圧V_cを求めよ。

(5) 電流連続モードの場合，i_dのリプルのピークピーク値を求めよ。

(6) 電流連続モードで動作できる出力電力P_sの条件を示せ。



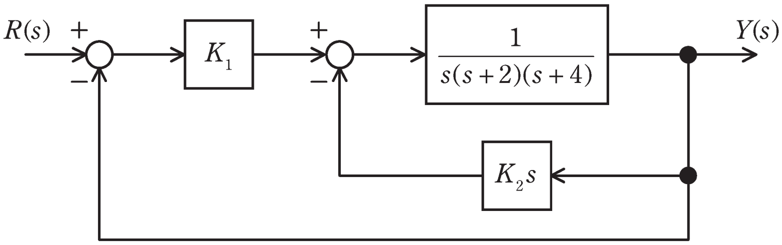
●S2－K 010

問４　図のようなフィードバック制御系について，次の問に答えよ。ここで，$R(s)$ と $Y(s)$ は，それぞれ目標値 $r(t)$ と制御量 $y(t)$ のラプラス変換である。

(1) 目標値 $R(s)$ から制御量 $Y(s)$ までの閉ループ伝達関数 $W(s)$ を求めよ。

(2) この閉ループ系の特性根のうちの二つを−1，−2 とするためには，K_1 及び K_2 の値をいくらにすればよいか。また，このときのその他の特性根も求めよ。

(3) 小問(2)で得られた K_1 及び K_2 を用いて，単位インパルス応答 $y(t)$ を求めよ。



●S2－K 011

＜機械・制御科目＞

〔問１の標準解答〕

(1) 同期速度は，極数を P とすると，$N_s = \dfrac{120f_1}{P} = \dfrac{120\times 50}{4} = 1\,500\ \mathrm{min^{-1}}$ ・・・(答)

(2) 全負荷時の滑りは，$s = \dfrac{N_s - N}{N_s} = \dfrac{1\,500 - 1\,440}{1\,500} = 0.04$ ・・・(答)

(3) 全負荷時の滑り周波数は，$sf_1 = 0.04\times 50 = 2.00\ \mathrm{Hz}$ ・・・(答)

(4) 全負荷時のトルクは，$T = \dfrac{P_o}{\omega} = \dfrac{5\times 10^3}{2\pi\times\dfrac{1\,440}{60}} = 33.157 \rightarrow 33.2\ \mathrm{N\cdot m}$ ・・・(答)

(5) 全負荷時の諸量を求めると，

出力は，$P_o = (1-s)P_2$

二次入力は，$P_2 = \dfrac{P_o}{1-s} = \dfrac{5\times 10^3}{1-0.04} = 5\,208.3\ \ \mathrm{W}$

銅損は，一次銅損と二次銅損の和であり，

$$W_{cu} = sP_2\left(1+\frac{r_1}{r_2'}\right) = 0.04\times 5\,208.3\left(1+\frac{2}{5}\right) = 291.66\ \ \mathrm{W}$$

入力は，$P_i = P_o + W_{cu} + W_0 = 5\times 10^3 + 291.66 + 180 = 5\,471.7\ \ \mathrm{W}$

したがって，効率は，$\eta = \dfrac{P_o}{P_i} = \dfrac{5\times 10^3}{5\,471.7} = 0.913\,79 \rightarrow 91.4\ \%$ ・・・(答)

〔問２の標準解答〕

(1) 変圧器 A 及び B の定格容量を P_{nA} 及び P_{nB}，百分率インピーダンスを $\%Z_A$ 及び $\%Z_B$ として，$\%Z_B$ を変圧器 A の定格容量 20 MV･A を基準容量として換算した百分率インピーダンスを $\%Z_B'$ とすると，

$$\%Z_B' = \frac{P_{nA}}{P_{nB}}\%Z_B = \frac{20}{12}\times 5 = 8.3333\ \%$$

負荷容量を P[MV･A] とするときの変圧器 A の負荷分担 P_A 及び変圧器 B の負荷分担 P_B は，百分率インピーダンスの逆比に分担されるので，それぞれ次式となる。

$$P_A=\frac{\%Z'_B}{\%Z_A+\%Z'_B}P=\frac{8.3333}{4+8.3333}P=0.67567P \rightarrow 0.676P \text{〔MV・A〕} \cdots\text{（答）}$$

$$P_B=\frac{\%Z_A}{\%Z_A+\%Z'_B}P=\frac{4}{4+8.3333}P=0.32433P \rightarrow 0.324P \text{〔MV・A〕} \cdots\text{（答）}$$

あるいは,

$$P_B=P-P_A=P-0.67567P=0.324\ 33P \rightarrow 0.324P \text{〔MV・A〕} \cdots\text{（答）}$$

(2) 変圧器 A 及び B の損失 P_{lA} 及び P_{lB} は, 鉄損と銅損の和であるから, 定格容量と負荷分担の二乗の比を用いて表すと,

$$P_{lA}=P_{iA}+P_{cA}\left(\frac{P_A}{P_{nA}}\right)^2=32+100\left(\frac{0.675\ 68P}{20}\right)^2=32+0.114\ 14P^2$$

$$P_{lB}=P_{iB}+P_{cB}\left(\frac{P_B}{P_{nB}}\right)^2=20+75\left(\frac{0.324\ 32P}{12}\right)^2=20+0.0547\ 83P^2$$

ただし, P_{iA} 及び P_{iB} は変圧器 A 及び B の鉄損, P_{cA} 及び P_{cB} は全負荷時の変圧器 A 及び B の銅損である。よって, 両変圧器の総損失 P_L は,

$$P_L=P_{lA}+P_{lB}=32+0.114\ 14P^2+20+0.0547\ 83P^2$$
$$=52+0.168\ 92P^2 \rightarrow 52+0.169P^2 \text{〔kW〕} \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

・・・(答)

(3) 変圧器 A 及び B を合わせた効率の最大値は, ①式の鉄損と銅損が等しいときに生じるので, このときの負荷 P は, ①式から,

$$0.168\ 92P^2=52$$

$$\therefore \quad P=\sqrt{\frac{52}{0.168\ 92}}=17.545 \ \text{MV・A}$$

となる。このときの力率が 90 % であるので, 最大効率時の負荷有効電力 P_a は,

$$P_a=0.9P=0.9\times17.545=15.791 \rightarrow 15.8 \ \text{MW} \quad \cdots\text{（答）}$$

(4) 効率の最大値 η_m は,

$$\eta_{\mathrm{m}} = \frac{P_{\mathrm{a}}}{P_{\mathrm{a}} + 2\left(P_{\mathrm{iA}} + P_{\mathrm{iB}}\right)} \times 100$$

$$= \frac{15.791 \times 10^3}{15.791 \times 10^3 + 2\left(32 + 20\right)} \times 100 = 99.346 \ \rightarrow \ 99.3\ \% \qquad \cdots(答)$$

〔問３の標準解答〕

(1)　$I_{\mathrm{s}} = \dfrac{P_{\mathrm{s}}}{V_{\mathrm{s}}} = \dfrac{4\ 000}{200} = 20\ \mathrm{A}$　　・・・(答)

(2) 4 kW 動作時に L_{s} に誘起する電圧の基本波実効値は，

$$X_{\mathrm{s}} I_{\mathrm{s}} = 3.5 \times 20 = 70\ \mathrm{V} \quad \cdots(答)$$

である。ここで，L_{s} の基本波電圧と v_{s} は直交するので，インバータ端子電圧の基本波実効値は，

$$V_{\mathrm{rms}} = \sqrt{V_{\mathrm{s}}^{\ 2} + (X_{\mathrm{s}} I_{\mathrm{s}})^2} = \sqrt{200^2 + 70^2} = 211.90 \ \rightarrow \ 212\ \mathrm{V} \qquad \cdots(答)$$

(3)　V_{rms} の波高値は，

$$V_{\mathrm{peak}} = \sqrt{2} V_{\mathrm{rms}} = \sqrt{2} \times 211.90 = 299.67 \ \rightarrow \ 300\ \mathrm{V}$$

交流電圧波高値以上のインバータ直流電圧が必要であるので，条件は，

$$V_{\mathrm{c}} \geqq 300\ \mathrm{V} \qquad \cdots(答)$$

(4)　$V_{\mathrm{c}} = \dfrac{1}{1 - D} V_{\mathrm{d}} = \dfrac{1}{1 - 0.5} \times 200 = 400\ \mathrm{V}$　　　　・・・(答)

(5)　S_{d} がオンの期間は，

$$T_{\mathrm{on}} = \frac{D}{f_{\mathrm{sw}}} = \frac{0.5}{10 \times 10^3} = 50\ \mu\mathrm{s}$$

電流増加率は，

$$\frac{\mathrm{d} i_{\mathrm{d}}}{\mathrm{d} t} = \frac{V_{\mathrm{d}}}{L_{\mathrm{d}}} = \frac{200}{1 \times 10^{-3}} = 200\ \mathrm{kA/s}$$

であるので，電流リプルのピークピーク値は，

$$\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t}T_{\mathrm{on}} = 200\times10^{3}\times50\times10^{-6} = 10\ \mathrm{A} \qquad \cdots(答)$$

(6) 電流リプルのピークピーク値が 10 A であるので，i_{d} の平均値 I_{d} が 5 A を下回ると電流断続モードとなる。このときの電力は，

$$P_{\mathrm{d}} = V_{\mathrm{d}}I_{\mathrm{d}} = 200\times5 = 1\ \mathrm{kW}$$

ここで，全ての損失は生じないものとしているので，$P_{\mathrm{s}} = P_{\mathrm{d}}$ であるので，電流連続モードの出力電力の条件は，

$$P_{\mathrm{s}} > 1\ \mathrm{kW} \qquad \cdots(答)$$

となる。

〔問 4 の標準解答〕

(1) まず，内側のフィードバックループを計算する。

$$\frac{\dfrac{1}{s(s+2)(s+4)}}{1+\dfrac{K_2 s}{s(s+2)(s+4)}} = \frac{1}{s(s^2+6s+K_2+8)}$$

これより，閉ループ伝達関数 $W(s)$ は，次のようになる。

$$W(s) = \frac{\dfrac{K_1}{s(s^2+6s+K_2+8)}}{1+\dfrac{K_1}{s(s^2+6s+K_2+8)}} = \frac{K_1}{s^3+6s^2+(K_2+8)s+K_1} \quad \cdots\cdots ① \quad \cdots(答)$$

(2) ①式の分母が閉ループ系の特性多項式 $P(s)$ である。閉ループ系の特性根は三つあり，二つは実根として与えられているので，残りの 1 根も実根となる。これを $-\alpha$ とおくと，所望の閉ループ系特性多項式 $P_{\mathrm{d}}(s)$ は次式のように書くことができる。

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{d}}(s) &= (s+1)(s+2)(s+\alpha) = (s^2+3s+2)(s+\alpha) \\ &= s^3+(\alpha+3)s^2+(3\alpha+2)s+2\alpha \quad \cdots\cdots ② \end{aligned}$$

また，①式より，

$$P(s) = s^3+6s^2+(K_2+8)s+K_1 \quad \cdots\cdots ③$$

であるから，②式と③式を係数比較することで次式を得る。

$$\alpha+3=6$$

$3\alpha+2=K_2+8$

$2\alpha=K_1$

上式を解くことにより，

$K_1=6$， $K_2=3$　・・・(答)

及び，残りの根 -3 を得る。　・・・(答)

(別解)

指定された二つの特性根-1，-2 からなる多項式

$(s+1)(s+2)=s^2+3s+2$

で，①式の分母多項式を割り切れなければならない。実際に割り算をすると，

$$
\begin{array}{r|l}
 & s+3 \\
\hline
s^2+3s+2 & s^3+6s^2+(K_2+8)s+K_1 \\
 & \underline{s^3+3s^2+2s} \\
 & \quad 3s^2+(K_2+6)s+K_1 \\
 & \quad \underline{3s^2+\quad 9s \quad +6} \\
 & \qquad (K_2-3)s+K_1-6
\end{array}
$$

となる。したがって，残りの根は -3 である。　・・・(答)

また，割り切れることから，余り $(K_2-3)s+K_1-6$ が零になる条件より，

$K_2-3=0$

$K_1-6=0$

が成り立つ。これを解いて， $K_1=6$， $K_2=3$ を得る。　・・・(答)

(3) 小問(2)で得た $K_1=6$， $K_2=3$ を①式に代入する。

$$W(s)=\frac{K_1}{s^3+6s^2+(K_2+8)s+K_1}=\frac{6}{s^3+6s^2+11s+6}$$

$R(s)=1$ を用いて， $Y(s)$ は次のように展開できる。

$$Y(s)=W(s)R(s)=\frac{6}{s^3+6s^2+11s+6}=\frac{a}{s+1}+\frac{b}{s+2}+\frac{c}{s+3} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad ④$$

以下において，④式の a，b，c を決定する。右辺を通分すると，

$$\frac{6}{s^3+6s^2+11s+6}=\frac{(a+b+c)s^2+(5a+4b+3c)s+(6a+3b+2c)}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

となるので，両辺の係数を比較して次式を得る。

$$a+b+c=0$$

$$5a+4b+3c=0$$

$$6a+3b+2c=6$$

これを解くことで，

$$a=3, \quad b=-6, \quad c=3$$

が得られる。したがって，

$$Y(s)=\frac{3}{s+1}-\frac{6}{s+2}+\frac{3}{s+3}$$

となる。上式を逆ラプラス変換することで時間応答を得る。

$$y(t)=3\mathrm{e}^{-t}-6\mathrm{e}^{-2t}+3\mathrm{e}^{-3t} \qquad \cdots(答)$$

（別解）

閉ループ伝達関数は，

$$W(s)=\frac{6}{s^3+6s^2+11s+6}$$

となる。$R(s)=1$ を用いて，$Y(s)$ は次のように展開できる。

$$Y(s)=W(s)R(s)=\frac{6}{s^3+6s^2+11s+6}=\frac{k_1}{s+1}+\frac{k_2}{s+2}+\frac{k_3}{s+3}$$

ここで，係数 k_1，k_2，k_3 は，次式で計算される。

$$k_1=\left.\frac{6}{(s+2)(s+3)}\right|_{s=-1}=\frac{6}{(-1+2)(-1+3)}=\frac{6}{2}=3$$

$$k_2=\left.\frac{6}{(s+1)(s+3)}\right|_{s=-2}=\frac{6}{(-2+1)(-2+3)}=\frac{6}{-1}=-6$$

$$k_3=\left.\frac{6}{(s+1)(s+2)}\right|_{s=-3}=\frac{6}{(-3+1)(-3+2)}=\frac{6}{2}=3$$

したがって，

$$Y(s) = \frac{3}{s+1} - \frac{6}{s+2} + \frac{3}{s+3}$$

となる。上式を逆ラプラス変換することで時間応答を得る。

$$y(t) = 3\mathrm{e}^{-t} - 6\mathrm{e}^{-2t} + 3\mathrm{e}^{-3t} \quad \cdots（答）$$