平成 28 年度

第　2　種

機械・制御

（第 2 時限目）

第２種

機械・制御

答案用紙記入上の重要事項及び注意事項

指示がありましたら答案用紙（記述用紙）２枚を**引き抜いて**ください。答案用紙には，**２枚とも直ちに試験地，受験番号及び生年月日**を記入してください。

１．重要事項

ａ．「選択した問の番号」欄には，**必ず選択した問番号を記入**してください。

記入した問番号で採点されます。問番号が未記入のものは，採点されません。

ｂ．計算問題では，**解に至る過程を簡潔に記入**してください。

導出過程が不明瞭な答案は，０点となる場合があります。

２．注意事項

- 記入には，**濃度ＨＢの鉛筆又はシャープペンシルを使用してください。**
- 答案用紙は１問につき１枚としてください。
- 計算問題の答は，特に指定がない限り，有効数字は３桁です。なお，解答以外の数値の桁数は，誤差が出ないよう多く取ってください。

例：線電流 I は

$$I=\frac{P}{\sqrt{3}V\cos\theta}=\frac{10\times10^3}{\sqrt{3}\times200\times0.9}=32.075\ \mathrm{A}\quad(答)\ 32.1\ \mathrm{A}$$

１線当たりの損失 P_L は

$$P_\mathrm{L}=I^2R=32.075^2\times0.2=205.76\ \mathrm{W}\quad(答)\ 206\ \mathrm{W}$$

- 記述問題については，問題の要求を逸脱しないでください。

例：「問題文に３つ答えよ。」という要求で，４つ以上答えてはいけません。

- 氏名は記載しないでください。（答案用紙に氏名記載欄はありません。）

答案用紙は，白紙解答であっても２枚すべて提出してください。なお，この問題冊子についてはお持ち帰りください。

第 2 種

機械・制御

問１～問４の中から任意の２問を解答すること。（配点は１問題当たり 30 点）

問１　定格線間電圧 200 V，定格周波数 50 Hz，4 極の星形結線の三相かご形誘導電動機があり，L 形等価回路において１相一次換算の抵抗値及びリアクタンス値は次のとおりである。

一次抵抗 $r_1 = 0.707$ Ω，リアクタンス $x_1 + x_2' = 0.439$ Ω

二次抵抗 $r_2' = 0.710$ Ω，

この電動機が回転速度 1470 min^{-1} で運転しているとき，次の値を求めよ。ただし，鉄損，機械損，励磁電流は無視する。

(1)　一次電流

(2)　二次入力

(3)　電動機の軸出力

(4)　二次銅損

(5)　電動機の効率

●S2－K008

問２　定格容量 50 kV･A，定格一次電圧 11000 V，定格二次電圧 3300 V，定格周波数 50 Hz の単相変圧器があり，高圧側からの試験結果は次のとおりであった。

無負荷試験　　無負荷損： $P_0 = 290$ W

無負荷電流： $I_0 = 0.221$ A

短絡試験　　インピーダンス電圧：$V_{1S} = 550$ V

一次電流：$I_{1S} = 4.55$ A

インピーダンスワット：$P_S = 740$ W

次の問に答えよ。

ただし，定格負荷時の力率 $\cos\phi$ における電圧の変動率ε [%]は，百分率抵抗降下をp[%]，百分率リアクタンス降下をq[%]とすれば，次式で表せるものとする。

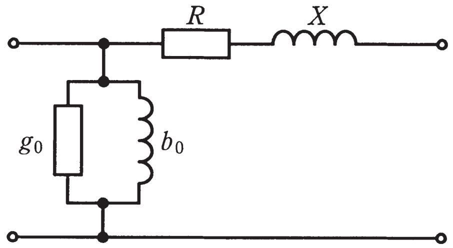
$$\varepsilon = p\cos\phi + q\sin\phi + \frac{1}{200}(q\cos\phi - p\sin\phi)^2 \ [\%]$$

(1)　図に示す簡易等価回路の回路定数(一次側換算値)をそれぞれ求めよ。

(2)　遅れ力率 80%，全負荷における電圧の変動率を求めよ。

(3)　遅れ力率 80%，$\frac{1}{2}$負荷における効率を求めよ。

(4)　遅れ力率 80%，$\frac{1}{2}$負荷における電圧の変動率を求めよ。



一次換算全巻線抵抗：R

一次換算全漏れリアクタンス：X

励磁コンダクタンス：g_0

励磁サセプタンス：b_0

●S2－K009

問３　図１には，R 相→S 相→T 相の相順で，180°通電モードで運転する三相インバータとその三相負荷の回路を示す。直流電圧を E_{d} 一定，三相インバータ内には損失がないものとして，次の問に答えよ。

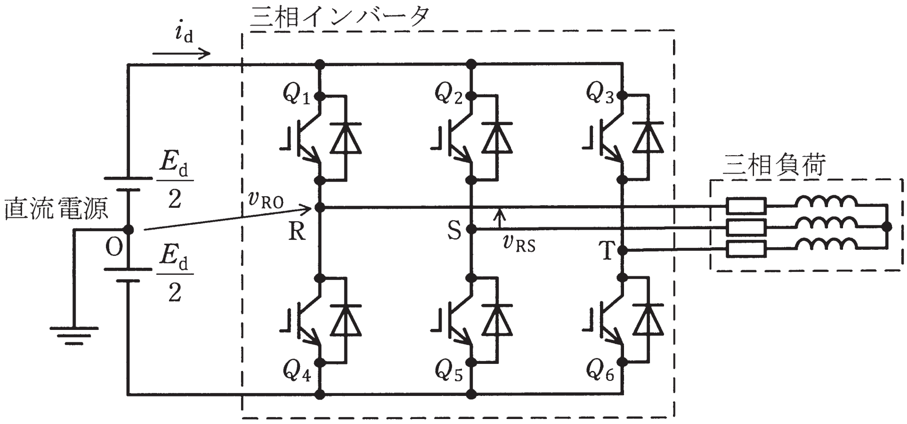
(1) 図２は三相インバータの動作を説明する図であり，波形 n_{R} は R 相のノッチ波である。ノッチ波は１のときにプラス側のパワーデバイスをオンし，０のときにマイナス側のパワーデバイスをオンすることを意味している。図２の位相 θ_0 において，オン信号を与えているパワーデバイスは，R 相では Q_1 であるが，S 相及び T 相ではどのパワーデバイスであるかを答えよ。

(2) 答案用紙に図２と同じ図が印刷されているので，図１の R 相電圧 v_{RO}，R−S 相線間電圧 v_{RS} の波形を，波形の大きさとスイッチングの位相が明確に分かるように，太線で明確に描け。ただし，v_{RO} の基準電位点は，直流電源の中間電位点 O とする。

(3) 上記小問(2)において，二つの電圧波形 v_{RO}，v_{RS} のうち，出力周波数に対して３の整数倍次数の高調波が含まれている波形はどちらの波形であるかを答えよ。

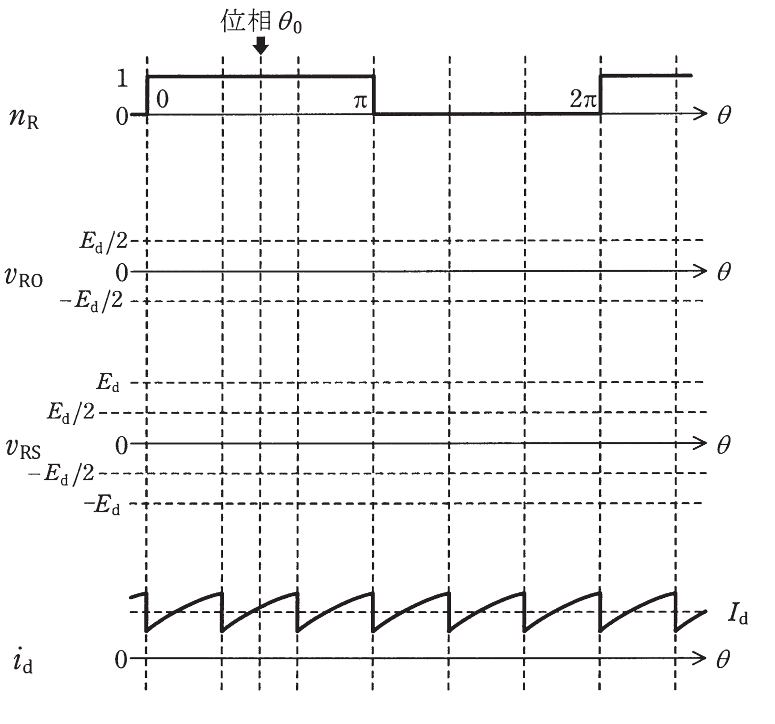
(4) 上記小問(2)において，線間電圧 v_{RS} の実効値 E_0 を表す式を，E_{d} を用いて示せ。

(5) 負荷電流が正弦波であるとみなせるとき，ある遅れの力率の場合の直流電流 i_{d} の波形を図２の最下段に示している。負荷に供給される有効電力が $P = 50$ kW，力率が $\cos\phi = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ であり，$E_{\mathrm{d}} = 200$ V であった場合の直流電流の平均値 I_{d}[A]を求めよ。



三相インバータ
i_d
Q_1
Q_2
Q_3
$\frac{E_d}{2}$
直流電源
v_{RO}
R
S
v_{RS}
T
O
$\frac{E_d}{2}$
三相負荷
Q_4
Q_5
Q_6

図 1



位相 θ_0
1
0
n_R
0
π
2π
θ
$E_d/2$
v_{RO}
0
$-E_d/2$
θ
E_d
$E_d/2$
v_{RS}
0
$-E_d/2$
$-E_d$
θ
I_d
i_d
0
θ

図 2

●S2－K011

問４　図に示す構造の制御系を考える。ここで $\boldsymbol{r}(t)$ は目標値，$e(t)$ は制御偏差，$u(t)$ は入力，$\boldsymbol{x}(t)$ は状態，$y(t)$ は出力を表し，制御対象は次の状態方程式で記述される。

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{b}u(t)$$

$$y(t) = \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}(t)$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$$

次の問に答えよ。

(1) 図中の直列補償器のゲイン $\boldsymbol{k}$ を零として，状態フィードバック係数ベクトル $\boldsymbol{f} = (f_1 \quad f_2)$ を用いて見掛け上の制御対象の特性改善を図る。行列 $\boldsymbol{A} - \boldsymbol{bf}$ の固有値を−3，−4 に配置する $\boldsymbol{f}$ を計算せよ。

(2) 上記小問(1)で求めた $\boldsymbol{f}$ を用いて特性改善をした見掛け上の制御対象に対して，目標値 $\boldsymbol{r}(t)$ に出力 $\boldsymbol{y}(t)$ が追従することを目的に，図に示すフィードバック制御系を構成した。閉ループ系が安定になるように直列補償器のゲイン $\boldsymbol{k}$ を設計できたとするとき，入力 $u(t)$を $\boldsymbol{x}(t)$，$r(t)$，$\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{f}$，$\boldsymbol{k}$ を用いて表せ。

(3) 上記小問(2)の入力 $\boldsymbol{u}(t)$ を制御対象に加える。閉ループ系の状態方程式を $\dot{\boldsymbol{x}}(t)$，$\boldsymbol{x}(t)$，$r(t)$，$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{f}$，$\boldsymbol{k}$ を用いて表せ。

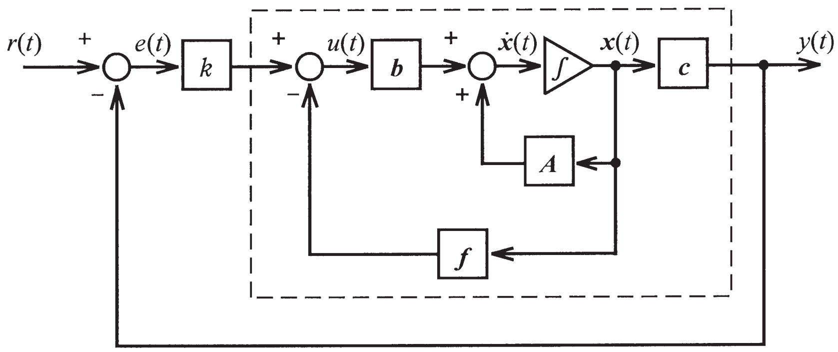
(4) 上記小問(3)で求めた状態方程式の中の $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{f}$ に，与えられた数値及び上記小問(1)で求めた数値を代入して整理せよ。ただし，$\boldsymbol{k}$ は変数のままとする。

(5) 目標値を大きさ $\boldsymbol{r}_0$ でステップ状に変化させる場合を考える。上記小問(2)の仮定より閉ループ系は安定なので，状態 $\boldsymbol{x}(t)$ は定常，すなわち $\dot{\boldsymbol{x}}(\infty) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ となる。このときの定常値 $\boldsymbol{x}(\infty)$ を $\boldsymbol{k}$ と $\boldsymbol{r}_0$ を用いて表せ。

(6) 関係式 $e(\infty) = r_0 - y(\infty) = r_0 - \boldsymbol{cx}(\infty)$ を使って，定常偏差 $e(\infty)$ を $\boldsymbol{k}$ と $\boldsymbol{r}_0$ を用いて表せ。

●S2−K012

見掛け上の制御対象



＜機械・制御科目＞

〔問１の標準解答〕

(1) 滑りを s，極数を p，定格周波数を f，回転速度を N とすると，

$$s = 1 - \frac{p}{120f} \times N = 1 - \frac{4}{120 \times 50} \times 1470 = 0.02$$

一次電流を I_1，定格線間電圧を V_n とすると，

$$I_1 = \frac{\dfrac{V_n}{\sqrt{3}}}{\sqrt{\left(r_1 + \dfrac{r_2'}{s}\right)^2 + (x_1 + x_2')^2}} = \frac{\dfrac{200}{\sqrt{3}}}{\sqrt{\left[0.707 + \left(\dfrac{0.710}{0.02}\right)\right]^2 + 0.439^2}}$$

$$\fallingdotseq 3.1889 \rightarrow 3.19\ \mathrm{A} \quad \cdots (答)$$

(2) 一次換算の二次電流を I_2' とすると，$I_1 = I_2' = 3.1889\ \mathrm{A}$ である。したがって，

二次入力 P_2 は，

$$P_2 = 3 \cdot \frac{r_2'}{s} \cdot {I_2'}^2 = 3 \times \frac{0.710}{0.02} \times 3.1889^2 \fallingdotseq 1083.0 \rightarrow 1.08\ \mathrm{kW} \quad \cdots (答)$$

(3) 電動機の軸出力を P_M とすると，

$$P_M = (1 - s)P_2 = (1 - 0.02) \times 1083.0 \fallingdotseq 1061.3 \rightarrow 1.06\ \mathrm{kW} \quad \cdots (答)$$

(4) 二次銅損を P_{c2} とすると，

$$P_{c2} = s \cdot P_2 = 0.02 \times 1083.0 \fallingdotseq 21.66 \rightarrow 21.7\ \mathrm{W} \quad \cdots (答)$$

(5) 電動機の効率を η，一次入力を P_1 とすると，

$$\eta = \frac{P_M}{P_1} \times 100 = \frac{P_M}{3 \cdot r_1 \cdot {I_1}^2 + P_2} \times 100 = \frac{1061.3}{3 \times 0.707 \times 3.188\,9^2 + 1083.0} \times 100$$

$$= \frac{1061.3}{1104.6} \times 100 \fallingdotseq 96.080 \rightarrow 96.1\ \% \quad \cdots (答)$$

〔問２の標準解答〕

(1) 定格一次電圧を V_{1n} とすると，

励磁コンダクタンス：

$$g_0 = \frac{P_0}{{V_{1n}}^2} = \frac{290}{11000^2} \fallingdotseq 2.3967 \times 10^{-6} \ \rightarrow \ 2.40 \times 10^{-6} \ \mathrm{S} \qquad \cdots \text{(答)}$$

励磁アドミタンス：$Y_0 = \dfrac{I_0}{V_{1n}} = \dfrac{0.221}{11000} = 20.091 \times 10^{-6} \ \mathrm{S}$

励磁サセプタンス：$b_0 = \sqrt{{Y_0}^2 - {g_0}^2} = \sqrt{(20.091 \times 10^{-6})^2 - (2.3967 \times 10^{-6})^2}$

$\fallingdotseq 19.948 \times 10^{-6} \ \rightarrow \ 19.9 \times 10^{-6} \ \mathrm{S} \cdots$ (答)

一次換算全巻線抵抗：$R = \dfrac{P_S}{{I_{1S}}^2} = \dfrac{740}{4.55^2} \fallingdotseq 35.744 \ \rightarrow \ 35.7 \ \Omega \ \cdots$ (答)

一次換算全インピーダンス：$Z = \dfrac{V_{1S}}{I_{1S}} = \dfrac{550}{4.55} = 120.88 \ \Omega$

一次換算全漏れリアクタンス：$X = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{120.88^2 - 35.744^2}$

$\fallingdotseq 115.47 \ \rightarrow \ 115 \ \Omega \ \cdots$ (答)

(2) 短絡試験の結果から，定格容量を S_n とすると，定格一次電流 I_{1n} は,

$$I_{1n} = \frac{S_n}{V_{1n}} = \frac{50 \times 10^3}{11000} = 4.5455 \ \rightarrow \ 4.55 \ \mathrm{A}$$

となるので，I_{1S} は定格一次電流である。

百分率インピーダンス降下：$\%z = \dfrac{V_{1S}}{V_{1n}} \times 100 = \dfrac{550}{11000} \times 100 = 5.00 \ \%$

百分率抵抗降下：$p = \dfrac{P_S}{S_n} \times 100 = \dfrac{740}{50 \times 10^3} \times 100 = 1.48 \ \%$

百分率リアクタンス降下：$q = \sqrt{\%z^2 - p^2} = \sqrt{5.00^2 - 1.48^2} = 4.7759 \ \%$

求める電圧の変動率 ε は，$\cos\phi = 0.8$ のとき，$\sin\phi = 0.6$ であるから，与式を用いて,

$$\varepsilon = p\cos\phi + q\sin\phi + \frac{1}{200}\left(q\cos\phi - p\sin\phi\right)^2$$

$$= 1.48 \times 0.8 + 4.775\,9 \times 0.6 + \frac{1}{200}(4.775\,9 \times 0.8 - 1.48 \times 0.6)^2$$

$$\fallingdotseq 4.092\,5 \ \rightarrow \ 4.09 \ \% \quad \cdots \text{(答)}$$

(3) 全負荷に対して, k 倍負荷(負荷率 k)時の有効出力は $kS_n\cos\phi$, 銅損は k^2P_S, 鉄損は P_0 でそれぞれ表されるので，k 倍負荷時の効率の式 η_k は次式となる。

$$\eta_k=\frac{kS_n\cos\phi}{kS_n\cos\phi+k^2P_S+P_0}\times 100=\frac{\frac{1}{2}\times 50\times 10^3\times 0.8}{\frac{1}{2}\times 50\times 10^3\times 0.8+\left(\frac{1}{2}\right)^2\times 740+290}\times 100$$

$\fallingdotseq 97.680 \ \rightarrow\ 97.7$ %　・・・(答)

(4) 上記(2)における全負荷の p 及び q が，$\frac{1}{2}$ 負荷時に p' 及び q' に変化したとすれば，定格一次電流 I_{1n} が $\frac{1}{2}I_{1n}$ になるので，

$$p'=\frac{R\cdot\frac{1}{2}I_{1n}}{V_{1n}}\times 100=\frac{1}{2}p \quad , \quad q'=\frac{X\cdot\frac{1}{2}I_{1n}}{V_{1n}}\times 100=\frac{1}{2}q$$

となり，$\frac{1}{2}$ 負荷時の電圧の変動率 ε' は，次のようになる。

$$\varepsilon'=p'\cos\phi+q'\sin\phi+\frac{1}{200}(q'\cos\phi-p'\sin\phi)^2$$

$$=\frac{1}{2}(p\cos\phi+q\cos\phi)+\frac{1}{800}(q\cos\phi-p\sin\phi)^2$$

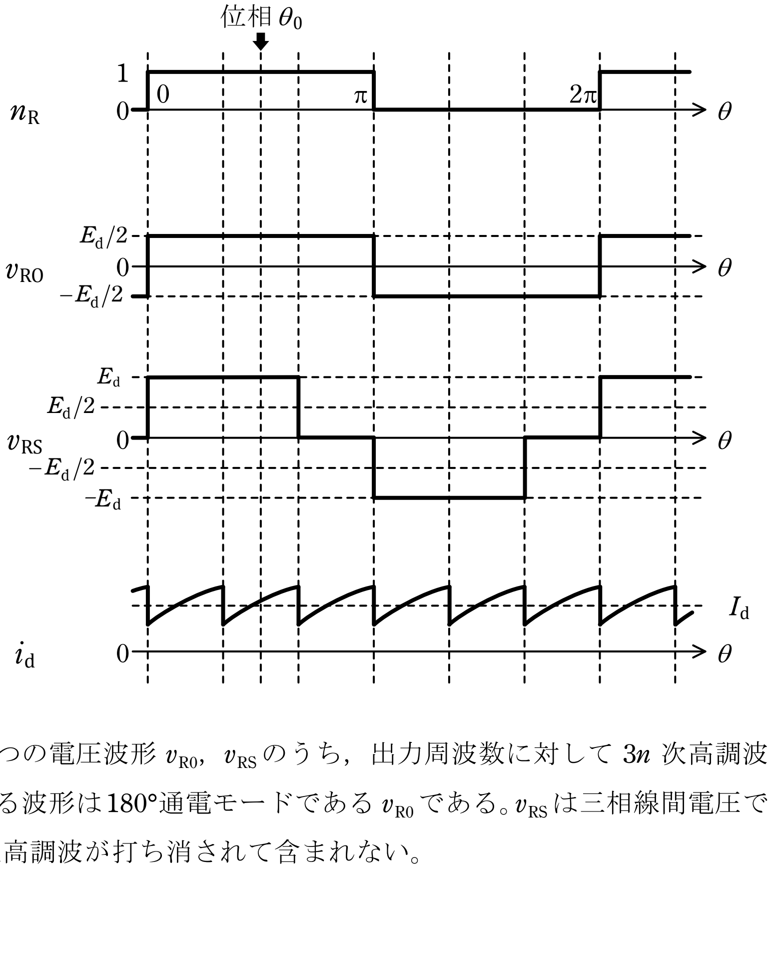
$$=\frac{1}{2}(1.48\times 0.8+4.7759\times 0.6)+\frac{1}{800}(4.7759\times 0.8-1.48\times 0.6)^2$$

$\fallingdotseq 2.0355 \ \rightarrow\ 2.04$ %　・・・(答)

〔問３の標準解答〕

（1）三相インバータは，R 相→S 相→T 相の相順で出力し，180° 通電モードで運転している。図 2 の位相 θ_0 は 60°～120°の間にあるので，R 相のノッチ波は 1，S 相のノッチ波は 0，T 相のノッチ波は 0 となる。したがって，このときオン信号が与えられているパワーデバイスは，S 相では Q_5，T 相では Q_6 である。

（2）上記の運転状態における R 相電圧 v_{R0} 及び R−S 相線間電圧 v_{RS} の波形を以下に示す。



（3）二つの電圧波形 v_{R0}，v_{RS} のうち，出力周波数に対して 3n 次高調波が含まれている波形は180°通電モードである v_{R0} である。v_{RS} は三相線間電圧であるので，3n 次高調波が打ち消されて含まれない。

(4) 上図の線間電圧 v_{RS} の波形から，実効値 E_0 を表す式は次式となる。

$$E_0 = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_0^{\frac{2}{3}\pi} {E_{\mathrm{d}}}^2 \mathrm{d}\theta} = \sqrt{\frac{{E_{\mathrm{d}}}^2}{\pi}[\theta]_0^{\frac{2}{3}\pi}}$$

$$= E_{\mathrm{d}}\sqrt{\frac{1}{\pi}\times\frac{2}{3}\pi} = \sqrt{\frac{2}{3}}E_{\mathrm{d}} \quad \cdots (\text{答})$$

(5) 三相インバータ内には損失がないとしているので，出力の三相交流の有効電力は，直流電力と等しい。直流電圧は E_{d}=200 V 一定であるので，直流電力は一定の直流電圧と脈動する直流電流の平均値 I_{d} の積となる。したがって，I_{d} は次式で求まる。

$$I_{\mathrm{d}} = \frac{P}{E_{\mathrm{d}}} = \frac{50\times 10^3}{200} = 250\ \mathrm{A} \quad \cdots (\text{答})$$

〔問４の標準解答〕

(1) まず，$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{bf}$ を計算する。

$$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{bf}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}(f_1 \quad f_2)=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -f_1 & -1-f_2\end{pmatrix}$$

よって，この行列の特性多項式は

$$|s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}+\boldsymbol{bf}|=\begin{vmatrix}s & -1\\ f_1 & s+1+f_2\end{vmatrix}=s^2+(1+f_2)s+f_1$$

となる。一方，固有値が−3，−4 となる特性多項式は

$$(s+3)(s+4)=s^2+7s+12$$

であるから，係数比較法により，$\boldsymbol{f}=(12 \quad 6)$ と求まる。･･･（答）

(2) 図に示す制御系の構造から

$$u(t)=-\boldsymbol{fx}(t)+ke(t)$$
$$e(t)=r(t)-y(t)=r(t)-\boldsymbol{cx}(t)$$

であるから，これらより，

$$\begin{aligned}u(t)&=-\boldsymbol{fx}(t)+ke(t)=-\boldsymbol{fx}(t)+k\left[r(t)-\boldsymbol{cx}(t)\right]\\ &=-(\boldsymbol{f}+k\boldsymbol{c})\boldsymbol{x}(t)+kr(t)\end{aligned}$$

と求められる。･･･（答）

(3) 上記の制御を施すと閉ループ系の状態方程式は，

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}(t)&=\boldsymbol{Ax}(t)-\boldsymbol{b}(\boldsymbol{f}+k\boldsymbol{c})\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{b}kr(t)\\ &=(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{bf}-\boldsymbol{b}k\boldsymbol{c})\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{b}kr(t)\end{aligned}$$

となる。･･･（答）

(4) 数値を代入して次のように整理される。

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}(t)&=(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{bf}-\boldsymbol{b}k\boldsymbol{c})\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{b}kr(t)\\ &=\left[\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}(12 \quad 6)-\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}k(2 \quad 1)\right]\boldsymbol{x}(t)+\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}kr(t)\\ &=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -12-2k & -7-k\end{pmatrix}\boldsymbol{x}(t)+\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}kr(t)\end{aligned}$$ ･･･（答）

（5） $\boldsymbol{x}(\infty)$ は次のように計算される。

$$\boldsymbol{x}(\infty) = -\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -12-2k & -7-k \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} kr_0$$

$$= -\frac{1}{12+2k} \begin{pmatrix} -7-k & -1 \\ 12+2k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} kr_0$$

$$= \frac{1}{12+2k} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} kr_0 \quad \cdots \text{（答）}$$

（6） $e(\infty) = r_0 - y(\infty) = r_0 - \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}(\infty)$ であるから，

$$e(\infty) = r_0 - \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{12+2k} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} kr_0$$

$$= r_0 - \frac{2k}{12+2k} r_0$$

$$= \frac{6}{6+k} r_0$$

と計算できる。･･･（答）