令和７年度

第　２　種

機械・制御

（第２時限目）

第 2 種　**機械・制御**

答案用紙記入上の注意事項

1．答案用紙（記述用紙）について

○　記入には，濃度ＨＢの鉛筆又はシャープペンシルを使用してください。

○　指示がありましたら答案用紙２枚を**引き抜き，２枚とも直ちに試験地，受験番号及び生年月日**を記入してください。なお，氏名は記入不要です。

○　「選択した問の番号」欄には，**必ず選択した問番号を記入**してください。
記入した問番号で採点されます。**問番号が未記入のものは，採点されません。**

○　**答案用紙は１問につき１枚**です。

○　答案用紙にはページ番号を付しており，(1)～(3)ページに記述します。(4)ページは，図表等の問題に使用するもので，使用する場合は問題文で指定します。

2．試験問題について

（計算問題）**解に至る過程を簡潔に記入**してください。

○　導出過程が不明瞭な答案は，０点となる場合があります。

○　答は，問題文で指定がない限り，３桁（４桁目を四捨五入）です。なお，解答以外の数値の桁数は，誤差が出ないよう多く取ってください。

例：線電流 I は，$I=\dfrac{P}{\sqrt{3}V\cos\theta}=\dfrac{10\times10^{3}}{\sqrt{3}\times200\times0.9}=32.075$ A　（答）32.1 A

１線当たりの損失 P_{L} は，$P_{\mathrm{L}}=I^{2}R=32.075^{2}\times0.2=205.76$ W　（答）206 W

（記述問題）**問題文の要求に従って記入**してください。

○　例えば「３つ答えよ。」という要求は，４つ以上答えてはいけません。

答案用紙は，白紙解答であっても２枚すべて提出してください。
なお，この問題冊子についてはお持ち帰りください。

第 2 種

機械・制御

問１～問４の中から任意の２問を解答すること。（配点は１問題当たり 30 点）

問１　三相円筒形同期電動機を遅れ力率で運転する場合に関して，次の問に答えよ。ただし，単位法の基準は電動機の定格容量及び定格電圧とし，電動機の損失は無視するものとする。

(1)　この電動機の同期リアクタンスを X_s [p.u.]，端子電圧（相電圧）を V [p.u.]，無負荷誘導起電力を E [p.u.]，電機子電流を I [p.u.]，力率角を θ [rad]，負荷角を δ [rad] として，そのフェーザ図は次ページの図のようになった。このフェーザ図中の (a)，(b)，(c)，(d)，(e)，(f) に当てはまる記号を答えよ。（解答例 (a) $\dot{I}$，(b) $\dot{V}$，(c) $\mathrm{j}X_s\dot{I}$，・・・）

(2) フェーザ図から E を，V，θ，I，X_s で表す式を導出せよ。

(3) 小問 (2) で求めた式から，電動機が定格力率=0.8，X_s =2.0 p.u. である場合の定格運転時の E の値を求めよ。

(4) フェーザ図から X_sI を E，V，及び $\cos\delta$ で表す式を導出せよ。

(5) この電動機を同期調相機として運転する場合に次の問に答えよ。ただし，このときの端子電圧は定格電圧一定とする。

a) 小問 (4) で求めた式から，I を E と X_s で表す式を求めよ。

b) 小問 (5) a) で求めた式は，界磁電流を調整して E を変化させたときの I の値を示すグラフを表し，これは同期調相機の V 曲線に相当する。このグラフにおいて，I が最小値のときの E の値を求めよ。

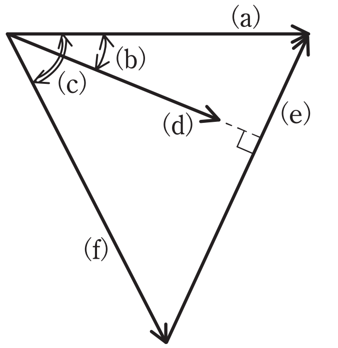


図　同期電動機のフェーザ図

問２　定格出力 22 kW，定格周波数 60 Hz，6 極の三相かご形誘導電動機があり，定格回転速度が 1158 min^{-1}，定格運転時の効率が 87.5 %である。この誘導電動機に関して，次の問に答えよ。

ただし，負荷損は銅損のみとし，一次銅損と二次銅損は常に等しいものとする。また，機械損は無視する。

(1) 定格出力のときの滑り s_1 [%]及び定格トルク T_1 [N･m]をそれぞれ求めよ。

(2) 定格出力のときの二次銅損 P_{c2} [W]及び固定損 P_f [W]をそれぞれ求めよ。

(3) 出力トルクが定格トルクの 50%のときの回転速度 N_2 [min^{-1}]及び出力 P_2 [W]をそれぞれ求めよ。ただし，滑りとトルクが比例するものとする。

問３　図１に単相ダイオードブリッジ整流回路を示す。電源は，実効値 100 V，周波数 50 Hz の単相交流電圧源である。負荷抵抗 R=10 Ωとして，次の問に答えよ。ただし，すべての回路素子は理想的で，回路は周期定常状態にあるものとする。

(1) 図 1 に示す回路の端子 A と端子 B の間にリアクトル L を接続した場合を考える。このリアクトル L のインダクタンスは十分に大きく，リアクトル L を流れる電流 $i_{\mathrm{o}}(t) = I_{\mathrm{o}}$ は一定とする。答案用紙に図 2 と同じ図が描かれているので，ダイオード D1 に流れる電流 $i_{\mathrm{D1}}(t)$ を図示せよ。答案用紙には太い線で明確に描け。なお，同図には電源電圧 $e(t)$ が破線で，I_{o} と $-I_{\mathrm{o}}$ が点線で示してある。

(2) 小問(1)において，リアクトル L の両端電圧の平均値 V_{L} を求めよ。

(3) 小問(2)の結果を考慮して，負荷抵抗 R の両端電圧 $v_{\mathrm{o}}(t)$ の平均値 V_{o} を求めよ。

(4) 図 1 に示す回路の端子 A と端子 B を短絡し, 端子 B と端子 C の間にコンデンサ C を接続した場合を考える。このとき，コンデンサに流れる電流の平均値 I_{c} を求めよ。

(5) 小問(4)のコンデンサの静電容量は十分に大きく，両端電圧の変動は無視できるとして，負荷抵抗 R に流れる電流 $i_{\mathrm{o}}(t)$ の平均値 I_{o} を求めよ。

(6) 小問(5)の負荷抵抗 R の平均消費電力 P_{OC} は，小問(1)で用いた回路での負荷抵抗 R の平均消費電力 P_{OL} の何倍か。

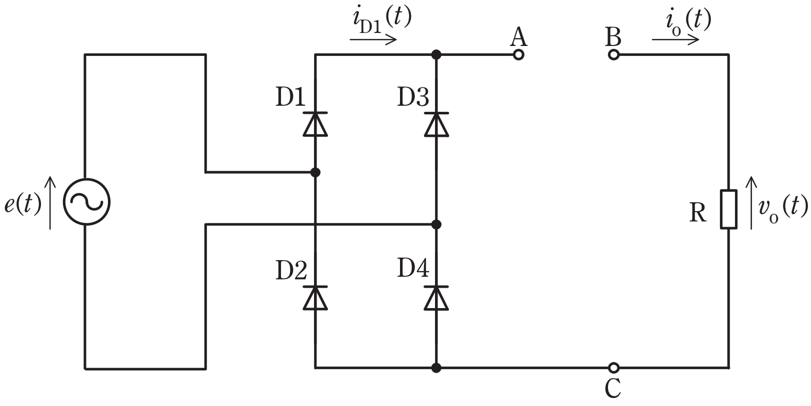


図1 単相ダイオードブリッジ整流回路

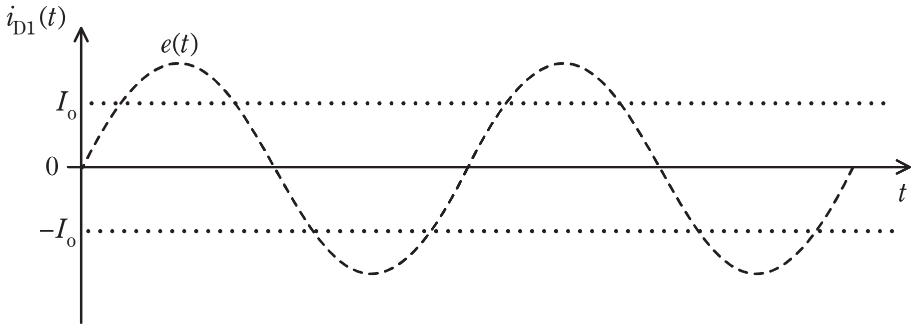


図2 電流波形及び電源電圧波形

問４　図はフィードバック制御系の基本構成を示し，$G_c(s)$ は補償器の伝達関数，$G_p(s)$ は制御対象の伝達関数を表わしている。また，$R(s)$，$E(s)$，$Y(s)$ は，目標信号 $r(t)$，偏差信号 $e(t)$，制御量 $y(t)$ をそれぞれラプラス変換したものである。

$G_c(s)=\dfrac{2s+4}{s}$，$G_p(s)=\dfrac{1}{s+3}$ として，次の問に答えよ。

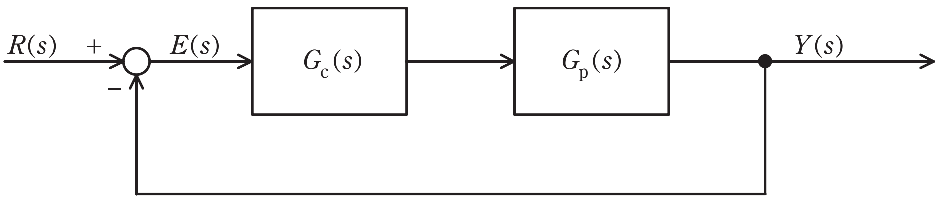


図　フィードバック制御系のブロック線図

(1)　$R(s)$ から $E(s)$ までの伝達関数 $G_e(s)$ を求めよ。

(2)　目標信号として大きさ a のステップ信号，$r(t)=\begin{cases}0 \ (t<0)\\ a \ (t \geqq 0)\end{cases}$ を入力したときの定常偏差を求めよ。

(3)　目標信号として傾き b のランプ信号，$r(t)=\begin{cases}0 \ (t<0)\\ bt \ (t \geqq 0)\end{cases}$ を入力したときの定常偏差を求めよ。

(4)　$R(s)$ から $Y(s)$ までの伝達関数 $G_y(s)$ を求め，$G_y(s)$ のインパルス応答 $g_y(t)$，$t>0$ を求めよ。

(5)　目標信号として $r(t)=\begin{cases}0 \ (t<0)\\ 1 \ (t \geqq 0)\end{cases}$ を入力したとき，時刻 $t=1$ の制御量 $y(1)$ を求めよ。なお，自然対数の底 e に対して $\mathrm{e}^{-1}=3.679\times10^{-1}$ とする。

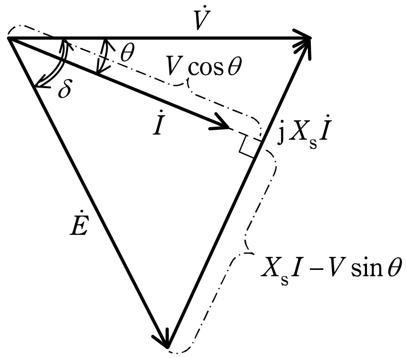
＜機械・制御科目＞

〔問１の標準解答〕

(1)

(a) $\dot{V}$， (b) θ， (c) δ， (d) $\dot{I}$， (e) $\mathrm{j}X_{\mathrm{s}}\dot{I}$， (f) $\dot{E}$ ・・・(答)

(2)



フェーザ図から三平方の定理によって，

$$E = \sqrt{(V\cos\theta)^2 + (X_{\mathrm{s}}I - V\sin\theta)^2}$$

$$= \sqrt{V^2 + (X_{\mathrm{s}}I)^2 - 2VX_{\mathrm{s}}I\sin\theta} \quad \cdots\cdots ①$$

・・・(答)

(3)

①式に $V = 1.0$， $I = 1.0$， $\cos\theta = 0.8$， $X_{\mathrm{s}} = 2.0$ を代入して，

$$E = \sqrt{V^2 + (X_{\mathrm{s}}I)^2 - 2VX_{\mathrm{s}}I\sin\theta} = \sqrt{1.0^2 + (2.0\times 1)^2 - 2\times 1.0\times 2.0\times 1.0\times 0.6}$$

$= 1.6125 \rightarrow \quad E = 1.61\ \mathrm{p.u.}$ ・・・(答)

(4)

フェーザ図のV， E， X_sIの三角形に余弦定理を適用すると，

$$(X_sI)^2 = E^2 + V^2 - 2EV\cos\delta$$

$$X_sI = \sqrt{E^2 + V^2 - 2EV\cos\delta} \quad \cdots\cdots ②$$

・・・(答)

(5)

a) ②式より，

$$I = \frac{1}{X_s}\sqrt{E^2 + V^2 - 2EV\cos\delta}$$

同期調相機運転は無負荷運転なので負荷角δは零，即ち$\cos\delta = 1.0$である。

この$\cos\delta = 1.0$と定格電圧$V = 1.0$を上式に代入して，

$$I = \frac{1}{X_s}\sqrt{E^2 - 2E + 1}$$

$$= \frac{1}{X_s}\sqrt{(E-1)^2} = \frac{|E-1|}{X_s}$$

$$\rightarrow \quad I = \frac{|E-1|}{X_s} \quad \cdots\cdots ③$$

・・・(答)

b) Iの最小値は0なので③式より，

$$I = \frac{|E-1|}{X_s} = 0$$

$\rightarrow$ $E = 1.0$ p.u.・・・(答)

〔問２の標準解答〕

(1)　電源の周波数を f [Hz]，電動機の極数を p とすれば電動機の同期速度 N_{s} は，

$$N_{\mathrm{s}} = \frac{120f}{p} = \frac{120\times 60}{6} = 1200\ \mathrm{min}^{-1}$$

である。したがって，定格回転速度を N_1 [min^{-1}] とすれば定格時の滑り s_1 は，

$$s_1 = \frac{N_{\mathrm{s}} - N_1}{N_{\mathrm{s}}}\times 100 = \frac{1200 - 1158}{1200}\times 100 = 3.5\ \%$$ ・・・（答）

となる。定格出力を P_1 [W]，定格出力時の回転角速度を ω_1 [rad/s] とすれば定格トルク T_1 は次式となる。

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{P_1}{2\pi\dfrac{N_1}{60}} = \frac{22\times 10^3}{2\pi\times\dfrac{1158}{60}} = 181.42 \to 181\ \mathrm{N{\cdot}m}$$ ・・・（答）

(2)　総損失を P_{L} [W] とすれば定格運転時の効率 η_1 [%] は，次式となる。

$$\eta_1 = \frac{P_1}{P_1 + P_{\mathrm{L}}}\times 100 = \frac{P_1}{P_1 + P_{\mathrm{c}} + P_{\mathrm{f}}}\times 100 = \frac{P_1}{P_1 + 2P_{\mathrm{c2}} + P_{\mathrm{f}}}\times 100\ \%$$

この式を変形して与えられた数値を代入すると P_{L} は次式のように求まる。

$$P_{\mathrm{L}} = \left(\frac{100}{\eta_1} - 1\right)P_1 = \left(\frac{100}{87.5} - 1\right)\times 22\times 10^3 = 3142.9\ \mathrm{W}$$

二次銅損 P_{c2} と定格出力 P_1 との間には滑り s_1 を用いれば次式に示す関係が成り立つ。

$$P_{\mathrm{c2}} : P_1 = s_1 : (1 - s_1)$$

よって，P_{c2} は，この式を変形して与えられた数値を代入すると次式のようになる。

$$P_{\mathrm{c2}} = \frac{s_1}{1 - s_1}\cdot P_1 = \frac{0.035}{1 - 0.035}\times 22\times 10^3 = 797.93 \to 798\ \mathrm{W}$$ ・・・（答）

題意から，一次銅損 P_{c1} と二次銅損 P_{c2} は等しいので，銅損 P_{c} は，

$$P_{\mathrm{c}} = P_{\mathrm{c1}} + P_{\mathrm{c2}} = 2P_{\mathrm{c2}}$$

であり，負荷損は銅損のみを考えるので，総損失 P_L は，

$$P_\mathrm{L} = P_\mathrm{c} + P_\mathrm{f} = 2P_\mathrm{c2} + P_\mathrm{f}$$

$$\therefore P_\mathrm{f} = P_\mathrm{L} - 2P_\mathrm{c2} = 3142.9 - 2\times 797.93 = 1547.0 \to 1550\ \mathrm{W}$$ ・・・（答）

(3)　出力トルクが定格トルクの 50％のときのトルクを T_2 および滑りを s_2 [％] とすると，題意から滑りとトルクは図に示すような比例関係にあるので，

このときの滑り s_2 は，

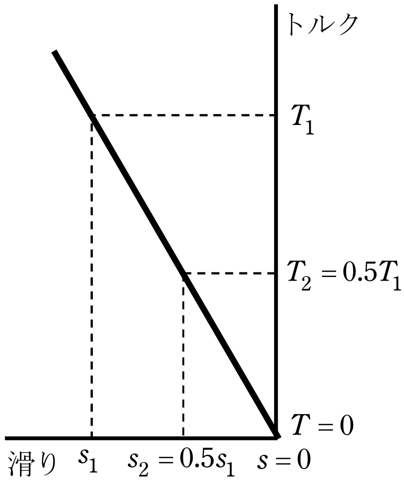
$$s_2 = 0.5s_1$$

となる。このときの回転速度 N_2 は，

$$N_2 = N_s\left(1 - s_2\right) = N_s\left(1 - 0.5s_1\right)$$

$$= 1200\left(1 - 0.5\times\frac{3.5}{100}\right) = 1179$$

$$= 1179 \to 1180\ \mathrm{min}^{-1}$$ ・・・（答）



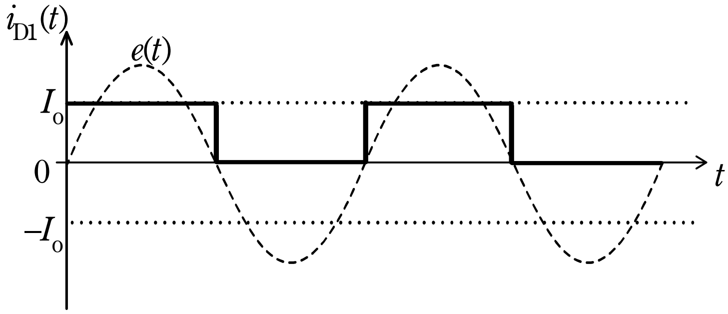
また，このときの出力 P_2 は，

$$P_2 = \omega_2 T_2 = \frac{2\pi}{60}N_2\cdot 0.5T_1$$

$$= \frac{2\pi}{60}\times 1179\times 0.5\times 181.42 = 11199 \to 11200\ \mathrm{W}$$ ・・・（答）

〔問３の標準解答〕

(1)



(2) 周期定常状態であるので，リアクトル平均電圧 $V_{\mathrm{L}}=0$ ・・・(答)

(3) V_{o} は整流回路出力電圧 $v_{\mathrm{o}}(t)$ に等しく，電源電圧 $e(t)$ を

$$e(t)=\sqrt{2}V\sin(2\pi ft)$$

周期 T を，周波数 f を用いて，

$$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{50}=0.02\,\mathrm{s}$$

とすると，

$$V_{\mathrm{o}}=\frac{1}{T}\int_0^T e(t)\mathrm{d}t=\frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}\sqrt{2}V\sin(2\pi ft)\mathrm{d}t$$

$$=\frac{2\sqrt{2}V}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}\sin(2\pi ft)\mathrm{d}t=\frac{2\sqrt{2}V}{T}\left[\frac{-\cos(2\pi ft)}{2\pi f}\right]_0^{\frac{T}{2}}=\frac{\sqrt{2}V}{\pi}(-\cos\pi+\cos 0)$$

$$=\frac{2\sqrt{2}V}{\pi}=\frac{2\sqrt{2}\times 100}{\pi}=90.031\rightarrow 90.0\,\mathrm{V}$$ ・・・(答)

(4) コンデンサの直流に対するリアクタンスは，

$$X_{\mathrm{c}}=\frac{1}{\omega C}=\infty$$

であるので，平均電流すなわち直流成分は，$I_{\mathrm{c}}=0\mathrm{A}$ ・・・(答)

(5) コンデンサ電圧の変動を無視すると，コンデンサ電圧は電源電圧波高値となるので，

$$I_{\mathrm{o}} = \frac{\sqrt{2}V}{R} = \frac{100\sqrt{2}}{10} = 10\sqrt{2} = 14.142 \rightarrow 14.1\ \mathrm{A}$$ ・・・(答)

(6)

$$P_{\mathrm{OL}} = \frac{V_{\mathrm{D}}^2}{R} = \frac{90.031^2}{10} = 810.56\ \mathrm{W}$$

$$P_{\mathrm{OC}} = RI_{\mathrm{o}}^2 = 10 \times 14.142^2 = 2000.0\ \mathrm{W}$$

したがって，

$2000.0\ \mathrm{W} \div 810.56\mathrm{W} = 2.4674 \rightarrow 2.47$ 倍・・・(答)

〔問 4 の標準解答〕

(1) 与えられたフィードバック制御系の一巡伝達関数 $G_{\mathrm{o}}(s)$ は，

$$G_{\mathrm{o}}(s)=G_{\mathrm{p}}(s)G_{\mathrm{c}}(s)=\frac{1}{s+3}\cdot\frac{2s+4}{s}=\frac{2s+4}{s^2+3s}$$

となる。よって， $R(s)$ から $E(s)$ までの伝達関数 $G_{\mathrm{e}}(s)$ は，

$$G_{\mathrm{e}}(s)=\frac{1}{1+G_{\mathrm{o}}(s)}=\frac{1}{1+\dfrac{2s+4}{s^2+3s}}=\frac{s^2+3s}{s^2+5s+4}$$ ・・・(答)

(2) 大きさ a のステップ信号， $r(t)=a$， $t\geqq 0$ のラプラス変換 $R(s)$ は，

$$R(s)=\mathcal{L}\left[r(t)\right]=\frac{a}{s}$$

となる。よって， $E(s)$ は，

$$E(s)=G_{\mathrm{e}}(s)R(s)=\frac{s^2+3s}{s^2+5s+4}\cdot\frac{a}{s}=\frac{as+3a}{s^2+5s+4}$$

となる。定常状態の偏差信号の値， $\lim_{t\to\infty}e(t)$ は，最終値の定理より，

$$\lim_{t\to\infty}e(t)=\lim_{s\to 0}sE(s)=\lim_{s\to 0}\frac{as^2+3as}{s^2+5s+4}=0$$

よって，定常状態における偏差信号の値は 0 となる。・・・(答)

(3) 傾き b のランプ信号， $r(t)=bt$， $t\geqq 0$ のラプラス変換 $R(s)$ は，

$$R(s)=\mathcal{L}\left[r(t)\right]=\frac{b}{s^2}$$

となる。よって， $E(s)$ は，

$$E(s)=G_{\mathrm{e}}(s)R(s)=\frac{s^2+3s}{s^2+5s+4}\cdot\frac{b}{s^2}=\frac{bs+3b}{s^3+5s^2+4s}$$

となる。定常状態の偏差信号の値， $\lim_{t\to\infty}e(t)$ は，最終値の定理より，

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \frac{bs+3b}{s^2+5s+4} = \frac{3b}{4}$$

よって，定常状態における偏差信号の値は$\dfrac{3b}{4}$となる。・・・(答)

(4)　$R(s)$から$Y(s)$までの伝達関数$G_{\mathrm{y}}(s)$は，

$$G_{\mathrm{y}}(s) = \frac{G_{\mathrm{o}}(s)}{1+G_{\mathrm{o}}(s)} = \frac{\dfrac{2s+4}{s^2+3s}}{1+\dfrac{2s+4}{s^2+3s}} = \frac{2s+4}{s^2+5s+4} = \frac{2s+4}{(s+1)(s+4)}$$

となる。$G_{\mathrm{y}}(s)$の逆ラプラス変換を計算するためヘビサイドの部分分数展開を求めると，

$$\frac{2s+4}{(s+1)(s+4)} = c_1\frac{1}{s+1} + c_2\frac{1}{s+4}$$

ここで，

$$c_1 = \lim_{s\to -1} \frac{2s+4}{(s+1)(s+4)}(s+1) = \lim_{s\to -1} \frac{2s+4}{s+4} = \frac{2}{3}$$

$$c_2 = \lim_{s\to -4} \frac{2s+4}{(s+1)(s+4)}(s+4) = \lim_{s\to -4} \frac{2s+4}{s+1} = \frac{4}{3}$$

である。したがって，伝達関数$G_{\mathrm{y}}(s)$のインパルス応答$g_{\mathrm{y}}(t)$，$t>0$は逆ラプラス変換を用いて，次のように計算できる。

$$g_{\mathrm{y}}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[G_{\mathrm{y}}(s)\right]$$

$$= \frac{2}{3}\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s+1}\right] + \frac{4}{3}\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s+4}\right] = \frac{2}{3}\mathrm{e}^{-t} + \frac{4}{3}\mathrm{e}^{-4t}, \quad t>0$$ ・・・(答)

(5)　制御量$y(t)$の時刻$t=1$における値は(4)で求めたインパルス応答と目標信号

$r(t)=1$，$0\leqq t\leqq 1$とのたたみ込み積分を用いて計算できる。すなわち，

$$y(1)=\int_0^1 g_{\mathrm{y}}(1-\tau)r(\tau)\,\mathrm{d}\tau=\int_0^1 g_{\mathrm{y}}(\tau)r(1-\tau)\,\mathrm{d}\tau=\int_0^1 g_{\mathrm{y}}(\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

$$=\int_0^1\left(\frac{2}{3}\mathrm{e}^{-\tau}+\frac{4}{3}\mathrm{e}^{-4\tau}\right)\mathrm{d}\tau=\frac{2}{3}\int_0^1\mathrm{e}^{-\tau}\mathrm{d}\tau+\frac{4}{3}\int_0^1\mathrm{e}^{-4\tau}\mathrm{d}\tau$$

$$=\frac{2}{3}\Big[-\mathrm{e}^{-\tau}\Big]_0^1+\frac{4}{3}\left[-\frac{1}{4}\mathrm{e}^{-4\tau}\right]_0^1=\frac{2}{3}\left(1-\mathrm{e}^{-1}\right)+\frac{1}{3}\left(1-\mathrm{e}^{-4}\right)$$

$$=1-\frac{2}{3}\mathrm{e}^{-1}-\frac{1}{3}\mathrm{e}^{-4}=0.74863\rightarrow 0.749$$ ・・・（答）